

Hinweise zum Mathematikunterricht an integrativen Schulen

In der integrativen Schulung werden Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten in den Regelklassen unterrichtet und durch die schulische Heilpädagogik unterstützt. Beim Lernen von Mathematik kommen Schwierigkeiten relativ häufig vor und haben sehr unterschiedliche Gründe. Lernprobleme in der Mathematik können mit verschiedenen Instrumenten festgestellt und bearbeitet werden. Viele dieser förderorientierten Instrumente können in den Regelunterricht eingebaut werden und dienen so der ganzen Klasse. Lernende mit grösseren Lernproblemen sollen mit kompetenzorientierten Fördermassnahmen unterstützt werden, die möglichst nahe am Schulunterricht sind. Separative Therapien im Bereich von mathematischen Lernproblemen („Rechenschwächen“, „Dyskalkulie“ siehe Seite 7) sind meistens nur dann wirksam, wenn sie mit dem schulischen Mathematikunterricht eng vernetzt werden. Deshalb bietet eine integrative Schulung von Kindern mit Lernschwierigkeiten in der Mathematik für diese Schülerinnen und Schüler grosse Chancen, wenn der Mathematikunterricht entsprechend ausgestaltet ist. Dieser Text soll Fachpersonen für schulische Heilpädagogik und Klassenlehrpersonen dabei Orientierungshilfen bieten.

Lehrplan und Lehrmittel

Für die integrative Schulung von Kindern mit besonderen Bedürfnissen gilt der kantonale Fachlehrplan Mathematik der jeweiligen Schulstufe und Klasse. Mit der Einführung des Lehrplan 21 soll eine kompetenzorientierte Vernetzung von verstandenem Wissen und bewusstem Können verstärkt beachtet werden. Die mathematischen Kompetenzen sind im Lehrplan 21 im Vergleich zu früheren Lehrplänen genauer beschrieben, was eine gezielte Förderung von Kindern mit Lernschwierigkeiten unterstützen kann. Aus mathematikdidaktischer Sicht kommt ein kompetenzorientierter Mathematikunterricht den Bedürfnissen von Schülerinnen und Schülern mit mathematischen Lernproblemen entgegen, da in einer gezielten Beobachtung von mathematischen Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten auch fehlende Kompetenzen sichtbar werden. Für die Förderung von Kindern mit Lernschwierigkeiten ist der konsequente Einsatz von zum jeweiligen Mathematiklehrmittel passenden didaktischen Materialien besonders wichtig, da Lernschwierigkeiten oft auch durch Wahrnehmungsprobleme und Verwirrungen entstehen. Häufig werden dabei in durchaus guter Absicht fachdidaktische Methoden, Hilfsmittel und zusätzliche Lehrmittel in zu grosser Anzahl oder falsch eingesetzt. Dies kann den Aufbau von grundlegenden mathematischen Vorstellungen zusätzlich erschweren und die Entwicklung von mathematischem Verständnis behindern. Bei grossen Problemen im Mathematiklernen am Ende der Primarschule und auf der Sekundarstufe fehlen oft grundlegende mathematische Vorstellungen und Fertigkeiten (Basiskompetenzen), die auf der Primarstufe aufgebaut werden. Für ein nachhaltiges Mathematiklernen müssen dann Basiskompetenzen in den betreffenden Kompetenzbereichen zuerst erneut verständnisorientiert grundgelegt und mit den Fördermaterialien der Primarschule gesichert werden (siehe Kapitel „Basiskompetenzen“ Seite 6).

Kanton	Fachlehrpläne Mathematik
AG	www.schulen-aargau.ch/kanton/Unterricht-Schulbetrieb/lehrplan_vs/Pages/mathematik.aspx
SO	www.so.ch/verwaltung/departement-fuer-bildung-und-kultur/volksschulamt/schulbetrieb-und-unterricht/lehrplan/
BL	www.av.s.bl.ch
BS	www.edubs.ch/unterricht/lehrplan/volksschulen

Bemerkungen und Hinweise zur Lehrmittelsituation im Bildungsraum Nordwestschweiz

In den Kantonen Aargau, Baselland, Baselstadt und Solothurn waren bisher die Mathematiklehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ und „Mathbuch“ als allein-verbindliche Lehrmittel für den Mathematikunterricht vorgeschrieben. Mit der Einführung des Lehrplan 21 wurde in einer Arbeitsgruppe des Bildungsraumes Nordwestschweiz die Lehrmittelsituation überprüft und zuhanden der Bildungsverwaltungen ein Bericht erstellt. In den Kantonen Baselland und Baselstadt bleiben die bisherigen Mathematiklehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ und „Mathbuch“ weiterhin obligatorisch. In den Kantonen Aargau und Solothurn können ab dem Schuljahr 2018/2019 neben dem bisherigen Mathematiklehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ und „Mathbuch“ (Klett-Verlag Zug) alternativ auch die beiden Mathematiklehrmittel „Mathematik Primarstufe“ und „Mathematik Sekundarstufe I“ (Lehrmittelverlag Zürich) eingesetzt werden. Für entwicklungsgemischte Klassen auf der Primarschulstufe kann auch das neue Mathematiklehrmittel „Mathwelt“ (Schulverlag plus) verwendet werden. Jedes dieser drei Mathematiklehrmittel ist lehrplankompatibel und erfüllt grundlegende fachdidaktische Anforderungen. Die Ausgestaltung und Konzeption dieser Mathematiklehrmittel ist jedoch unterschiedlich. Es wird deshalb von den Bildungsdepartementen empfohlen, dass sich eine Schule auf ein gemeinsames Mathematiklehrmittel einigt und nur ein Mathematiklehrmittel eingesetzt wird. Ein Wechsel des Lehrmittels im Bildungsverlauf der Primarstufe oder Sekundarstufe ist gerade für Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten eine zusätzliche Hürde. Noch problematischer ist aus fachdidaktischer Sicht, wenn in einer Klasse verschiedene Mathematiklehrmittel gleichzeitig eingesetzt werden. Dies führt oft zur Verstärkung von vorhandenen Lernschwierigkeiten und ist für lernschwache Kinder kontraproduktiv. Auch wenn die genannten Mathematiklehrmittel lehrplankompatibel sind und geforderte mathematikdidaktische Leitideen wie verständnisorientiertes, individuelles und gemeinsames Lernen, produktives Üben mit reichhaltigen Aufgaben, verständnisorientiertes Automatisieren und eine möglichst natürliche Binnendifferenzierung umsetzen, so gibt es doch in der Ausgestaltung dieser Ideen Unterschiede. Viele Kinder mit Lernschwierigkeiten in der Mathematik weisen auch Wahrnehmungsprobleme und in der Folge fehlende oder mangelhafte innere Vorstellungen zum Verständnis von mathematischen Ideen auf. Durch den Wechsel von Darstellungsformen, Illustrationen, Symbolen und Aufgabenformaten, die zur Konzeption eines Lehrmittels gehören, werden viele Lernende verwirrt. Zudem ist auch der Aufbau von mathematischen Kompetenzen in nach Klassen strukturierten Mathematiklehrmitteln meistens nicht gleich. So kann es sein, dass bei der Behandlung eines Themas mit einem anderen Mathematiklehrmittel bedeutsame Vorläuferkompetenzen für das Verständnis von Inhalten und Aufgaben fehlen, weil der Kompetenzaufbau unterschiedlich ist. Diese Problematik wird durch verschiedene heilpädagogische Untersuchungen bestätigt (siehe Literaturhinweise) und ist vor allem im Kompetenzbereich „Zahl und Variable“ (Arithmetik) von grosser Bedeutung. Gerade aus heilpädagogischer Sicht ist eine geplante und gezielte Förderung von Kindern mit Lernschwierigkeiten auf der Grundlage der Konzeption eines Mathematiklehrmittels mit gleichbleibenden Veranschaulichungen wichtig. Zusätzliche lehrmittel-fremde Materialien sind mit grosser Vorsicht einzusetzen.

Kanton	Informationen zu verbindlichen und alternativ-verbindlichen Mathematiklehrmitteln:
AG	www.schulen-aargau.ch/kanton/Unterricht-Schulbetrieb/lehrplan_vs/Pages/mathematik.aspx
SO	https://www.so.ch/verwaltung/departement-fuer-bildung-und-kultur/volksschulamt/rechtliche-grundlagen
BL	www.av.s.bl.ch/index.php?id=70
BS	www.edubs.ch/unterricht/lehrmittel

Mathematiklehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ und „Mathbuch“

In der vorliegenden Unterlage wird das bisherige Mathematiklehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ und „Mathbuch“ fokussiert, da es zu diesen Mathematiklehrmitteln bewährte Fördermaterialien und einen heilpädagogischen Kommentar gibt. In Ergänzung zu den Begleitbänden zum Mathematiklehrmittel bieten die heilpädagogischen Kommentare zusätzliche Hinweise zur Unterrichtsplanung („Stolpersteine“), zur Diagnose von Lernschwierigkeiten und zur gezielten Förderung. Zum „Mathbuch“ ist ebenfalls ein heilpädagogischer Kommentar erhältlich („Mathbuch IF“). Diese heilpädagogischen Kommentare sind für die integrative Schulung von Kindern mit Lernschwierigkeiten in der Mathematik sehr hilfreich. Sie können mindestens punktuell auch zu anderen Mathematiklehrmitteln eingesetzt werden.

Alle oben erwähnten Mathematiklehrmittel bieten jeweils Fördermaterialien an in Bezug auf Veranschaulichungen von mathematischen Ideen und den Aufbau von Basiskompetenzen (Training von mathematischen Fertigkeiten). Auf dem didaktischen Markt gibt es ein riesiges Angebot von sogenannten Trainingsprogrammen zur Ausbildung von mathematischen Basiskompetenzen. Meistens handelt es sich hierbei dann aber um Übungsformen, die nur auf der symbolischen Darstellungsebene Trainingsaufgaben anbieten (oder dann eben mit Visualisierungen arbeiten, die nicht zum eingesetzten Mathematiklehrmittel passen). Zur Lehrmittelkonzeption „Schweizer Zahlenbuch“ gehören gründlich erprobte Basiskurse, die auch Veranschaulichungen von didaktischen Materialien und Visualisierungen im Lehrmittel aufnehmen. Sie sind deshalb für ein verständnisorientiertes Trainieren von mathematischen Fertigkeiten insbesondere für lernschwächere Kinder sehr geeignet. Viele Übungen in diesen Basiskursen werden zudem in Form von Karteikarten und Software angeboten und decken alle Kompetenzbereiche bzw. Fachgebiete der Mathematik ab („Blitzrechnen 1-4“, „Rechenttraining 5/6“, „Sachrechnen im Kopf“, „Geometrie im Kopf“ siehe „Basiskompetenzen und Übungsverständnis“ Seite 6).

Für ein nachhaltiges Mathematiklernen ist es sehr bedeutsam, dass Lehrpersonen und schulische Heilpädagoginnen die Übungskonzeption der eingesetzten Mathematiklehrmittel und die entsprechenden Fördermaterialien gut kennen und Kinder mit Lernschwierigkeiten mit den gleichen Veranschaulichungsmitteln fördern, die auch bei den oft handlungsorientierten Grundlegungen im Lehrmittel eingesetzt werden. Wichtig ist dabei, dass die Lernenden die Übungen und Aufgaben verstehen. Gerade Kinder mit Lernschwierigkeiten lernen oft einfach ganze Aufgabensammlungen auswendig, weil sie die mathematischen Grundideen und Aufgaben in der Übung nicht verstehen. Für ein verständnisorientiertes Mathematiklernen spielen Handlungen und Veranschaulichungen eine grosse Rolle. Dies gilt auch für die Ausbildung von mathematischen Fertigkeiten. Deshalb ist auch in der Auswahl von Trainingsmaterialien zur Ausbildung von Basiskompetenzen grosse Vorsicht geboten. Der Beizug von lehrmittelfremden Trainingsmaterialien ist nur dann hilfreich, wenn es sich um die gleiche Basiskompetenz und Übungsidee mit denselben Veranschaulichungshilfen handelt.

Das Institut Weiterbildung und Beratung der PH FHNW bietet Grundlagenkurse zu den alternativverbindlichen Mathematiklehrmitteln an. Fragen der integrativen Förderung im Mathematikunterricht werden in verschiedenen Weiterbildungskursen zur Thematik von mathematischen Lernumgebungen, natürlicher Differenzierung, kompetenzorientierter Schülerbeurteilung und zum Umgang mit Lernschwierigkeiten in der Mathematik bearbeitet:

www.fhnw.ch/ph/iwb/kurse?connection=1_kurseLehrpersonen&active=23%20Mathematik

Planungshilfen zur Unterrichtsplanung

Zum „Schweizer Zahlenbuch 1-6“ und zum „Mathbu.ch 7-9“ wurden zur Unterstützung der Unterrichtsplanung für den Kanton Aargau Planungshilfen entwickelt. Diese Planungshilfen orientieren sich am bisherigen Fachlehrplan Mathematik Aargau und an den heilpädagogischen Kommentaren. Die Planungshilfen zeigen Gewichtungen von Themen und Schulbuchseiten auf. Das „Schweizer Zahlenbuch“ wird momentan weiterentwickelt und noch gezielter auf den Lehrplan 21 ausgerichtet. Die überarbeiteten Ausgaben zum „Schweizer Zahlenbuch 5 und 6“ erscheinen im Sommer 2017 und 2018. Die neuen „Schweizer Zahlenbücher 1-4“ folgen in den Jahren 2020 bis 2023. Das Mathematiklehrmittel „Mathbu.ch 7-9“ für Sekundarschulstufe wurde bereits in einer Neufassung zum Lehrplan 21 publiziert und heisst nun „Mathbuch 1-3“. Da bisher alle deutschschweizer Kantone die Vorlage des Lehrplan 21 im Fach Mathematik ohne Veränderungen übernommen haben, sind kantonale Planungshilfen grundsätzlich nicht mehr notwendig.

Zur bisherigen Ausgabe des „Schweizer Zahlenbuch 1-6“ und zur überarbeiteten Ausgabe werden auf der Internetseite www.zahlenbu.ch weiterhin Planungshilfen angeboten. Ab Sommer 2018 werden auf dieser Internetseite überarbeitete Planungshilfen aufgeschaltet, die sich am Lehrplan 21 orientieren. Einerseits werden damit zentrale Lerninhalte und passende mathematikdidaktische Materialien auf einen Blick weiterhin erkennbar. Andererseits können bis zum Erscheinen der überarbeiteten Lehrmittelausgaben mit den bisherigen Ausgaben Gewichtungen im Mathematikunterricht vorgenommen werden, die sich am Lehrplan 21 orientieren.

Das Definieren von zentralen Lerninhalten ist in der Mathematik für die integrative Schulung von Kindern mit besonderen Bedürfnissen bei mathematischen Lernschwierigkeiten und bei Lernstärken von grosser Bedeutung. In diesen Planungshilfen sind Hinweise zu Unterrichtsmaterialien und direkte Links zu Internetseiten mit weiteren mathematikdidaktischen Materialien angegeben. Diese Planungshilfen können so als „Navigationshilfen“ für die Unterrichtsplanung eingesetzt werden und bieten auch für integrative schulische Förderung hilfreiche Informationen. Zur individuellen Förderplanung und Beratung können zudem die aufgeschalteten Lehrmittelanalysen zum „Schweizer Zahlenbuch“ eingesetzt werden. Diese bieten thematische Übersichten zu den Themen und Inhalten über das gesamte Lehrmittelwerk und können so Hinweise zum langfristigen Aufbau von mathematischen Kompetenzen im Lehrmittel aufzeigen. Sie können auch der Unterrichtsplanung in mehrklassigen Abteilungen und dem altersdurchmischten Lernen dienen. Weitere Planungshilfen bieten klassenübergreifende Übersichten zu wichtigen Schulbuchseiten und zentralen Aufgaben sowie Hinweise zur Parallellegung von Themen.

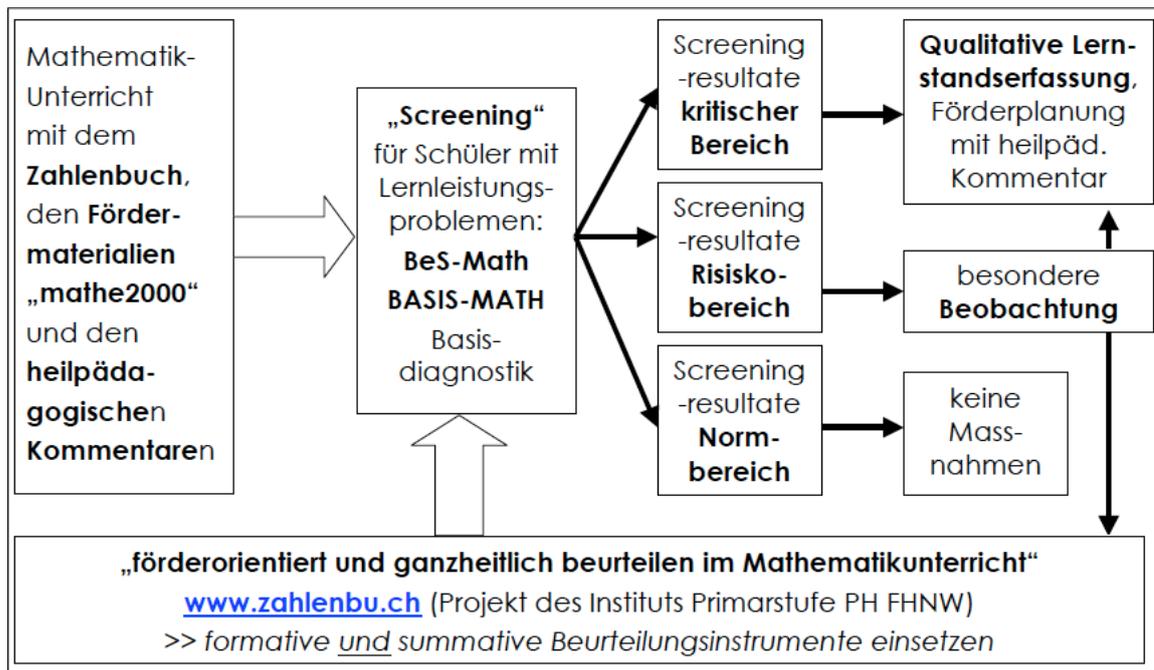
Planungshilfen zum „Schweizer Zahlenbuch 1-6“ (zur bisherigen Ausgabe und zur Neuauflage)
www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=105#Planungshilfen_AG

Texte und Unterlagen aus der Weiterbildung
www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=106

Planungshilfen zum „Mathbuch1-3“ finden sich auf den offiziellen Internetseiten zum Lehrmittel
www.mathbuch.info

Screening und Lernstandserfassungen

Zur Erfassung des Lernstandes eines Kindes mit besonderen Bedürfnissen bzw. mit Lernschwierigkeiten im Fach Mathematik stehen verschiedene Instrumente zur Verfügung. Zur „Erstanalyse“ bei grösseren Lernproblemen werden die sogenannten „Mathematik-Screenings“ empfohlen (siehe untenstehende Hinweise zu „BESMath“ und „BASIS-MATH“). Diese validierten und relativ kurzen Analysen zur Erfassung von zentralen mathematischen Fähigkeiten werden nach Möglichkeit von der schulischen Heilpädagogik in Einzelarbeit mit Schülerinnen und Schülern durchgeführt. Ergänzend zu diesem Screening können dann allenfalls in einem weiteren Schritt gezielt Lernschwierigkeiten in bestimmten Fachbereichen mit den umfangreichen Lernstandserfassungen im heilpädagogischen Kommentar zum „Schweizer Zahlenbuch“ genauer erfasst und die entsprechenden Fördermassnahmen geplant werden.



Die Vorlagen für die Mathematik-Screenings „BES-Math“ im 1. bis 3. Schuljahr der Primarstufe stehen kostenlos von der Erziehungsdirektion Bern im Internet zur Verfügung. Das Mathematik-Screening „BASIS-MATH“ für das 4. bis 8. Schuljahr wird von der schweizerischen Testzentrale als computergestützter Individualtest ab dem 4. Schuljahr angeboten. In der schweizerischen Testzentrale sind auch neue BASIS-MATH-Gruppentests erhältlich einsetzbar in Gruppen Ende des 3. und 4. Schuljahres (oder Anfang des folgenden Schuljahres).

	Testanlagen in Form von Screenings zum Erfassen von Mathematikleistungen
1-3	www.erz.be.ch/besmath.html
4-8	www.testzentrale.ch/shop/basisdiagnostik-mathematik-fuer-die-klassen-4-8-87445.html
G3+	www.testzentrale.ch/shop/basis-math-g-3-gruppentest-zur-basisdiagnostik-mathematik-fuer-das-vierte-quartal-der-3-klasse-und-das-erste-quartal-der-4-klasse-87882.html
G4+	www.testzentrale.ch/shop/gruppentest-zur-basisdiagnostik-mathematik-fuer-das-vierte-quartal-der-4-klasse-und-fuer-die-5-klasse-75541.html

Förderplanung

Im Anschluss an eine Lernstandserfassung wird allenfalls eine Förderplanung erstellt. Die Förderplanung stützt sich auf Resultate aus dem „Mathematik-Screening“, aus Lernstandserfassungen mit dem heilpädagogischen Kommentar zum „Zahlenbuch“, auf Grundlagen aus der Leistungsbeurteilung des Schülers, auf allfällige Abklärungen des Schulpsychologischen Dienstes oder auf therapeutische Berichte und orientiert sich am Lehrplan Mathematik der jeweiligen Bildungsstufe. In der Förderplanung kann in den problematischen Fachbereichen ein angepasstes individuelles Kompetenzziel auf einer tieferen Kompetenzstufe gesetzt werden. In Fach- und Themengebieten mit guten Lernleistungsmöglichkeiten sollten im Normalfall altersentsprechende Kompetenzziele belassen werden (Orientierung nach Bildungszyklen im Lehrplan 21: Grundanspruch Ende 1. Zyklus 2. Primar, Orientierungspunkt 4. Primar und Grundanspruch Ende 2. Zyklus 6. Primar). Neben der Einführung eines kompetenzorientierten Blicks auf das Mathematiklernen mit dem Lehrplan 21 kommen auch die in Bildungszyklen formulierten Kompetenzstufen anstelle von Klassenzielen den Schülerinnen und Schülern mit Lernschwierigkeiten in der Mathematik entgegen. Das Fördern in Bildungszyklen und Entwicklungszonen entspricht eher einem natürlichen und nachhaltigen Mathematiklernen, da zur vertieften Verständnisbildung oft lange Lernzeiten notwendig sind und ein klassenzielbezogener kleinschrittiger Unterricht kontraproduktiven Lernstress auslösen kann. Beim Antrag auf individuelle Lernziele und Notenbefreiung sind die kantonalen Vorschriften zur Laufbahn- und Promotionsordnung zu beachten. Aus mathematikdidaktischer Sicht sollte mit Lernzielanpassungen, Notenbefreiungen und Nachteilsausgleichen vorsichtig und zurückhaltend im Sinne des „Förderns durch Fordern“ umgegangen werden. Bei solchen Entscheidungen sollten neben den aktuellen Leistungsaspekten insbesondere auch Fragen des Leidensdrucks, der Motivation und der gesamten fachbezogenen Lernpotentiale berücksichtigt werden. Zur Unterstützung der Einschätzung von wichtigen mathematischen Kompetenzen insbesondere für Kinder mit Lernschwierigkeiten stehen auf der Internetseite www.zahlenbu.ch sogenannte Lernlandkarten mit Übersichten zu den Grundansprüchen im Lehrplan 21 zur Verfügung: www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=105#Basiskompetenzen

Basiskompetenzen und Übungsverständnis

Basiskompetenzen sind grundlegende mathematische Fähigkeiten und Fertigkeiten, die für weiterführende mathematische Kompetenzen von zentraler Bedeutung sind. Lernschwierigkeiten in der Mathematik entstehen oft, weil mathematische Vorstellungen und Vorläuferkompetenzen fehlen. Dann kann in einem Lernprozess weder ein Verständnis noch eine Fähigkeit aufgebaut werden. Der gezielte Aufbau von Basiskompetenzen ist gerade in der Mathematik in vielen Fachbereichen fundamental. Dabei ist aber zu beachten, dass auch grundlegende mathematische Fertigkeiten zuerst verstanden sein müssen, bevor sie nachhaltig geübt, trainiert und schliesslich automatisiert werden können. Ohne verstehendes Wissen ist ein bewusstes Können im Sinne einer nachhaltig verfügbaren Kompetenz kaum möglich.

Basiskompetenzen werden im „Schweizer Zahlenbuch“ vor allem im „Blitzrechnen 1-4“ und „Rechenttraining 5/6“ (Kopfrechnen in der Arithmetik (Zahl & Variable) und im „Sachrechnen im Kopf“ (Grössen & Funktionen) aufgebaut. Gegen Ende der Primarstufe sind auch Basiskompetenzen zu Form und Raum wichtig („Geometrie im Kopf“). Im Mathematiklehrmittel „Schweizer Zahlenbuch“ werden Basiskompetenzen sorgfältig im Schulbuch eingeführt und können dann in verschiedenen Formen mit Karteikarten und Computerprogrammen „gestützt“ durch verständnisbildende Veranschaulichungen geübt und schliesslich automatisiert werden.

Für Schülerinnen und Schüler mit mathematischen Lernschwierigkeiten sind diese Basiskurse zu Zahlen, Grössen und Formen ein zentrales Förderinstrument. Bedeutsam ist hier, dass die einzelnen Basisübungen auch verstanden und nicht einfach „blind“ trainiert werden. Dabei ist die Bildung von mathematischen Vorstellungen im Sinne von „mentalinen Bildern“ für das Verständnis von mathematischen Ideen in der Übungsaufgabe entscheidend. Da Lernende mit mathematischen Lernproblemen oft auch Wahrnehmungsschwierigkeiten aufweisen, ist ein differenzierter Umgang mit den sogenannten Repräsentationsebenen nach Jerome Bruner besonders wichtig (**Eis**-Prinzip: **E**naktive Ebene mit Handlungen, **i**konische Ebene mit bildlichen Veranschaulichungen und **s**ymbolisch-abstrakte Ebene mit den mathematischen Zeichen).

Nicht selten wird nach einer grundlegenden Einführungsphase der Basisübung zu schnell auf die „ungestützte“ symbolische Ebene gewechselt. Mathematische Grundideen werden so nicht verstanden und oft lernen dann etliche Schülerinnen und Schüler die Übungsaufgaben einfach auswendig. Oder die Übungen werden lediglich mechanisch durchgearbeitet und dann wieder vergessen. Zum sorgfältigen Aufbau und individuellen Erfassen von Basiskompetenzen im Mathematikunterricht mit dem „Schweizer Zahlenbuch“ werden auf der Internetseite www.zahlenbu.ch Übersichtspläne zu den Basiskursen in der Arithmetik (Zahl & Variable), im Sachrechnen (Grössen & Funktionen) und in der Geometrie (Form & Raum) angeboten:

www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=105#Basiskompetenzen

Dyskalkulie und Rechenschwäche

Bis zum heutigen Zeitpunkt gibt es verschiedenste Ansätze zur Definition von Dyskalkulie (auch mathematische Lernstörung, mathematische Lernschwäche, mathematische Schulleistungsschwäche, Rechenstörung usw. genannt). Es existiert keine von einer Mehrheit der Fachleute akzeptierte Definition von Dyskalkulie und deren Ursachen, sondern eine Vielzahl von Definitionen und Abgrenzungsversuchen dieses Phänomens. Auch die von medizinisch-psychologischer Seite definierte Dyskalkulie als sogenannte Teilleistungsstörung wird aus mathematikdidaktischer Sicht in Frage gestellt. Aus der heilpädagogischen Perspektive wird vor allem eine wissenschaftlich nicht nachvollziehbare Isolierung und Pathologisierung dieser komplexen und von vielen Faktoren beeinflussten Lernschwierigkeit kritisiert. Dieses Versagen einzelner Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht wird in neueren Untersuchungen (siehe Literaturhinweise im Anhang) durch komplexe Wechselwirkungen zwischen individuellen, unterrichtlichen und schulstrukturellen Faktoren beschrieben. Die Diskussionen gründen vor allem auf unterschiedliche Vorstellungen zum Mathematiklernen und einem daraus gefolgerten Unterrichts- und Förderverständnis. Auf der Grundlage der Definition der Weltgesundheitsorganisation WHO für Rechenstörungen und den Regelungen der eidgenössischen Invalidenversicherung wird in den meisten Kantonen eine Dyskalkulie oder Rechenschwäche nicht als Beeinträchtigung oder Behinderung eingestuft sondern als Lernschwierigkeit, die sich (erst und nur) im schulischen Umfeld zeigt. Im Gegensatz zur Sprachheilförderung (Logopädie) werden deshalb bewusst keine separativen Dyskalkulie-therapien als kantonale Dienstleistung angeboten. In einzelnen Kantonen und Gemeinden werden private Dyskalkulie-therapien finanziell unterstützt. Die integrative Schulung ermöglicht es nun den Schulen, dass Schülerinnen und Schüler, die in der Mathematik Lernschwierigkeiten aufweisen, in den Regelklassen unterrichtet und durch schulische Heilpädagogik spezifisch unterstützt und gefördert werden können. Erster Förderort soll der Unterricht sein. Aus fachdidaktischer Sicht können ergänzende Dyskalkulie-therapien sinnvoll sein, wenn sie den Aufbau von mathematischen Basiskompetenzen fokussieren und eng mit dem aktuellen Schulunterricht sowie dem dort eingesetzten Mathematiklehrmittel vernetzt sind.

Unterrichtsplanung und mathematische Lernumgebungen

Lernstandserfassungen sind nicht nur für Kinder und Jugendliche mit markanten Lernschwierigkeiten wichtig sondern eigentlich für alle Schülerinnen und Schüler. In der integrativen Schulung spielt deshalb das Erfassen von Vorkenntnissen in der Klasse und eine daran anknüpfende Unterrichtsplanung eine entscheidende Rolle. Standortbestimmungen mit wenigen offenen Aufgabenstellungen zu zentralen Themen in der Mathematik können vor dem eigentlichen Lernprozess zeigen, wo die Lernenden steht und geben Hinweise zu Gewichtungen in der Unterrichtsplanung. Solche Aufgabenstellungen sind oft in den Mathematiklehrmitteln als einführende Aufgaben enthalten oder im Begleitband beschrieben. Vertiefte Grundlagen und praxisbezogene Anregungen zu dieser Thematik für die Primarstufe bietet das Buch „Mit Kindern lernen - Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht“ (Elmar Hengartner, 1999).

Ein Mathematikunterricht, der sich an einem konstruktivistischen Lernverständnis orientiert und Kindern auch im Fach Mathematik eigene Denk- und Lernwege zugesteht, kann nicht linear und für alle Schülerinnen und Schüler gleich geplant und organisiert werden. Für die Individualisierung stehen erweiterte Lehr- und Lernformen wie Werkstatt- und Planarbeiten zur Verfügung. Diese unterrichtsorganisatorischen Formen entsprechen einer gelenkten Differenzierung und können in problematischer Umsetzung zu kleinschrittigem Lernen mit isolierten Lernschritten führen. Das steht im Widerspruch zu einem verständnisorientierten Mathematikunterricht und erschwert oft auch den wichtigen sozial-dialogischen Austausch zum gemeinsamen Lernen unter Kindern. Für ein nachhaltiges Mathematiklernen wird deshalb der Einsatz von mathematisch strukturierten Lernumgebungen in Form von offenen fachlich reichhaltigen Aufgaben empfohlen. Selbstverständlich können mathematische Lernumgebungen auch mit erweiterten Lehr- und Lernformen kombiniert werden. Es stellt sich hier die Frage einer geschickten Balance von äusseren und inneren Differenzierungen in Abstimmung auf die Fähigkeiten der Klasse. Der in der Bildungslandschaft unterschiedlich geprägte Begriff der Lernumgebung bedeutet im mathematischen Kontext die Eröffnung von reichhaltigen Aufgabenstellungen mit einem Angebot für unterschiedliche Niveaus und Lerntempos innerhalb des gleichen fachlichen Rahmenthemas. Diese innere themenzentrierte Differenzierung vom Kind her wird „natürliche Differenzierung“ genannt. In der Folge des Projektes „Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte - natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht“ (www.mathe-projekt.ch) und den gleichnamigen Publikationen flossen viele Ideen zu substanziellen Aufgaben auch in aktuelle Mathematiklehrmittel ein. Für die integrative Schulung ist ein Mathematikunterricht mit fachdidaktisch gut ausgestalteten Lernumgebungen besonders geeignet, da alle Lernenden auf ihrem Fähigkeitsniveau abgeholt werden, verschiedene fachliche und allgemeine Kompetenzen gleichzeitig entwickeln und in einem sozial-dialogischen Austausch zu interessanten Forschungsfragen auch voneinander lernen können. Gerade Schülerinnen und Schüler mit mathematischen Lernschwierigkeiten profitieren oft von kollegialem Lernen in offenen aber gut strukturierten Lernarrangements. Ein verständnisorientiertes aktiv-entdeckendes und sozial-dialogisches Lernen in offenen Lernsituationen bietet vor allem dann für lernschwache Schüler gute Lernmöglichkeiten, wenn die oben erwähnten Basiskompetenzen als Grundlage für den Einstieg in diese handlungsorientierten mathematischen Lernumgebungen vorhanden sind und die Lehrpersonen im Sinne von Montessori „gute Hilfen zur Selbsthilfe“ anbieten können. Im Lehrplan 21 werden neben dem bekannten Handlungsaspekt „Operieren & Benennen“ auch differenzierte Kompetenzen im „Erforschen & Argumentieren“ und „Mathematisieren & Darstellen“ gefordert. In mathematischen Lernumgebungen können oft verschiedene Handlungskompetenzen gleichzeitig und effizient geübt werden.

Kompetenzmodelle und Kompetenzraster

Im Rahmen von Projekten zu Bildungsstandards und kompetenzorientierten Lehrplänen wurden und werden in verschiedenen Ländern sogenannte Kompetenzmodelle für das schulische Lernen entwickelt, welche versuchen, innerfachliche inhaltliche Fähigkeiten und überfachliche allgemeine Kompetenzen zu erfassen und nach Kategorien einzuteilen. Innerhalb des gewählten Modells werden dann einzelne Kompetenzen beschrieben, verortet und in der Mathematik oft auch mit Aufgabenbeispielen illustriert. Der Kompetenzbegriff definiert die von der Bildung erwarteten Resultate in Form von beim einzelnen Menschen zur Verfügung stehenden Fähigkeiten genauer als dies Lernziele tun. Lernziele sind zudem kurzfristig im Rahmen von Lektionen erreichbar, während an Kompetenzen meistens über längere Zeit gearbeitet werden muss. Im Kompetenzbegriff kommt „verstandenes Wissen“ und „bewusstes Können“ in einer inhaltlich fachlichen und einer handlungsorientiert persönlichen Lerndimension zusammen und wird mit einer Willenshaltung zur Anwendung des Gelernten für die Lösung von Problemen kombiniert.

In der Schweiz wurden im HarmoS-Konkordat („Interkantonale Vereinbarung über die Harmonisierung der obligatorischen Schule“) nationale Bildungsziele für Schülerinnen und Schüler erarbeitet. Dazu wurden in den vier Kernfächern Schulsprache, Fremdsprachen, Mathematik und Naturwissenschaften Kompetenzmodelle entwickelt und Mindestexpectationen (Grundkompetenzen) am Ende von Schulstufen festgelegt. Diese nationalen Bildungsstandards sind nicht für den direkten Einsatz in der Unterrichtspraxis vorgesehen, sondern richten sich in erster Linie an die Entwickler von Lehrplänen, Lehrmitteln und Evaluationsinstrumenten. Sie sind als Zielvorgaben in die sprachregionalen schweizerischen Lehrpläne eingeflossen (Lehrplan 21, PER, Lehrplan Tessin).

So logisch die Idee zum Einsatz von Kompetenzmodellen und Kompetenzbeschreibungen für Bildungsstandards, Lehrpläne, Lehrmittel und Testanlagen ist, so komplex und widersprüchlich ist ein Lernen und Unterrichten mit Kompetenzrastern im Schulalltag. Kompetenzraster beschreiben einen gewünschten oder erwarteten Endzustand nach einem Lernprozess. Es macht deshalb wenig Sinn, jeden einzelnen Lernschritt oder sämtliche zu erreichenden Teilkompetenzen in einem detaillierten jahrgangsmässigen Kompetenzraster beschreiben zu wollen. Das gilt vor allem für den Aufbau von mathematischen Kompetenzen und fachübergreifenden Handlungskompetenzen in der Primarschule. Einerseits lassen sich einzelne individuell bedeutsame Lernschritte oft gar nicht steuern und erfassen. Andererseits führen bekanntlich auch in der Mathematik verschiedene Lern- und Denkwege zu denselben Fähigkeiten. Zudem spielt das individuelle Lerntempo für erfolgreiches Lernen eine sehr grosse Rolle. Eine kompetenzorientierte „Atomisierung“ von Lernprozessen steht deshalb nicht nur im Widerspruch zu einem konstruktivistischen Lernverständnis, sie ist in der Unterrichtsrealität schlichtweg auch nicht praktikabel.

Aus mathematikdidaktischer Sicht sind die im Lehrplan 21 vorgenommenen Kompetenzbeschreibungen in den Kompetenzstufen zu den 26 Kompetenzen ausreichend und müssen auch für Kinder mit Lernschwierigkeiten nicht noch mehr detailliert werden. Eine Ausnahme bilden lehrmittelnaher Übersichten zum Aufbau von Basiskompetenzen. Eher kann das im Lehrplan 21 eingesetzte relativ einfache 3x3-Kompetenzmodell auch eine Orientierungs- und Förderhilfe sein für eine übersichtliche Verortung von Stärken und Schwächen eines Lernenden.

Links:

www.edk.ch/dyn/12930.php

www.lehrplan.ch

www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=106 > 3. Kompetenzmodelle und Lehrplan

Quervergleichende Testanlagen

Quervergleichende Testanlagen wurden und werden in verschiedenen Kantonen entwickelt und eingesetzt. Der zur Entwicklung dieser Testanlagen eingesetzte Referenzrahmen ist sehr bedeutsam für die Aussagekraft des Tests. Vermehrt orientieren sich nun solche Testanlagen an den oben erwähnten Bildungsstandards und am Lehrplan 21. Meistens kann eine Testanlage aus Kosten- und Organisationsgründen aber nur einen sehr beschränkten Leistungsbereich in einem Fach erfassen. In den Kantonen der Nordwestschweiz wurden frühere kantonale Testanlagen durch sogenannte Checks zu Beginn der 3. und 6. Primarschulklasse (P3 und P6) und gegen Ende der 2. und 3. Klasse der Sekundarstufe I (S2 und S3) ersetzt. Diese Checks sollen als Orientierungshilfe für Lehrpersonen und gleichzeitig dem Bildungsmonitoring zuhanden der Bildungsverwaltungen und der Politik dienen (www.check-dein-wissen.ch).

Eine elektronische Aufgabensammlung soll zusätzlich zu den Checks individuelle Fördermöglichkeiten unterstützen (www.mindsteps.ch). Das Projekt orientiert sich am Lehrplan 21. Die Aufgabensammlung soll adaptiv eingesetzt werden können. Die dem Lernenden angebotenen Aufgaben sollen sich also individuell einerseits auf Checkresultate und andererseits auf aktuelle Aufgabenlösungen beziehen. Dies ist technisch und fachdidaktisch hochanspruchsvoll. Dementsprechend haben sich jahrelange Verzögerungen in diesem Projekt ergeben.

Die Checks und die Aufgabensammlungen können für Schülerinnen und Schüler mit mathematischen Lernschwierigkeiten neben den erwähnten speziell entwickelten basisdiagnostischen Testanlagen (BES-Math und BASIS-MATH) eine weitere Hilfe zur Leistungsanalyse darstellen. Ebenso ist eine gewisse Förderung in einzelnen mathematischen Kompetenzbereichen vermutlich möglich. Zu beachten ist aber auch hier, dass ein verständnisorientiertes Lernen und Üben zentral ist. Ebenso sind die mehrfach erwähnten Probleme von verschiedenen Darstellungen für lernschwache Kinder bedeutsam. Keinesfalls kann diese Aufgabensammlung ein Mathematiklehrmittel oder die Übungsmaterialien zum Aufbau von mathematischen Basiskompetenzen ersetzen.

Kanton	Leistungstests („Checks“) und Aufgabensammlung
AG	www.schulen-aargau.ch/kanton/Leistungsbeurteilung-Uebertritte/leistungstests/Pages/default.aspx
SO	www.so.ch/verwaltung/departement-fuer-bildung-und-kultur/volksschulamt/leistungsmessungen-und-uebertritte/checks
BL	www.baselland.ch/politik-und-behorden/direktionen/bildungs-kultur-und-sportdirektion/bildung/sekundarstufe-i/laufbahn/checks
BS	www.edubs.ch/unterricht/beurteilung/checks

Förderorientierte Schülerbeurteilung

Gut erprobte validierte Testanlagen können eine Orientierung zum Lernstand der Schülerinnen und Schüler in einer Klasse geben. Auch fachdidaktisch sinnvolle Lernkontrollen, die parallel in mehreren Klassen durchgeführt und in Unterrichtsteams gemeinsam ausgewertet werden, bieten wertvolle Orientierungshinweise. Gerade Kinder mit Lernschwierigkeiten zeigen aber in schriftlichen Testanlagen und Klassenprüfungen oft nicht wirklich und vor allem nicht genau, was sie können bzw. eben noch nicht können. Für eine sinnvolle Diagnose des Lernstandes und eine nachhaltige Förderplanung, die zudem im Dienste aller Kinder steht, empfiehlt sich deshalb bei einer förderorientierten Schülerbeurteilung im „normalen Unterricht in der Regelklasse“ anzusetzen. Eine kompetenz- und förderorientierte Schülerbeurteilung kombiniert formative und summative Beurteilungsinstrumente und unterstützt so eine ganzheitliche Einschätzung des Lernstandes.

Formative Beurteilungen während dem Lernprozess ermöglichen eine differenzierte Beobachtung von mathematischen Kompetenzen und unterstützen die Lernbegleitung. Summativ eingesetzte Beurteilungsinstrumente bilanzieren am Schluss von Lernprozessen die momentane Verfügbarkeit von Kenntnissen, Fertigkeiten und Fähigkeiten. Für die Schülerbeurteilung sind die entsprechenden Grundlagen der allgemeinen kantonalen Laufbahn- und Promotionsordnungen zu beachten.

Als wichtige formative Beurteilungsinstrumente haben sich offene Problemlöseaufgaben bewährt. Zum bisherigen „Schweizer Zahlenbuch“ werden von der PH Bern solche Aufgaben angeboten (6 Aufgaben pro Schuljahr siehe untenstehender Link). Im Rahmen des Projektes „Mathematik förderorientiert und ganzheitlich beurteilen“ des Institutes Primarstufe der PH FHNW (www.zahlenbu.ch) wurden differenzierte formative Beurteilungsinstrumente entwickelt und erprobt. Diese mathematischen Beobachtungsanlässe sind kriterienbasiert und differenzieren Mindestanforderungen und erweiterte Anforderungen. Zum „Mathbuch“ wurden kriterienbasierte formative Beurteilungsinstrumente in Form von „mathematische Beurteilungsumgebungen (MBU)“ entwickelt und im Schulverlag plus publiziert. Im Herbst 2018 erscheinen im Schulverlag plus zwei weitere Handbücher mit dem Titel „Produkte im Mathematikunterricht – begleiten und bewerten“. Sie enthalten für den Zyklus 2 und 3 weitere offene Aufgaben für eine kriterienbasierte formative Beurteilung, welche sich am Lehrplan 21 orientiert.

Zur summativen Beurteilung werden meistens Lernzielkontrollen eingesetzt. Das „Mathbuch“ und die Neuauflagen des „Schweizer Zahlenbuchs“ bieten ein umfassendes Online-Angebot mit differenzierten Lernzielkontrollen an. In den Lernzielkontrollen werden in Bezug auf den Lehrplan 21 Grundanforderungen und erweiterte Anforderungen unterschieden. Diese Differenzierung wird auch in Selbsteinschätzungen für die Schülerinnen und Schüler und weiteren Online-Aufgaben umgesetzt. Zur bisherigen Ausgabe „Schweizer Zahlenbuch“ sind wiederum die Lernkontrollen des Fachteams Mathematik Primarstufe der PH Bern empfehlenswert, welche ebenfalls Grundanforderungen und erweiterte Anforderungen unterscheiden: www.faechnet.erd.be.ch. In den Planungshilfen zum „Schweizer Zahlenbuch“ auf www.zahlenbu.ch sind Hinweise zu formativen und summativen Schülerbeurteilungsinstrumenten sowie direkte Links zu den entsprechenden Internetseiten im Sinne einer Navigationshilfe enthalten.

Sehr sinnvoll und nachhaltig für die Förderung des selbstgesteuerten Lernens sind neben den „Teste dich selbst“-Angeboten zur aufgabenbasierten formativen Selbsteinschätzung in den Arbeitsheften zum „Schweizer Zahlenbuch“ auch verschiedene Formen von Lernberichten, in denen Schülerinnen und Schüler ihre Lernfortschritte und Lernschwierigkeiten selber beschreiben.

Unterlagen aus Weiterbildungskursen zum Thema „Schülerbeurteilung“:
www.zahlenbu.ch/cms/index.php?page=106 (Dokumente 11, 12 und 13)

	Empfohlene formative Beobachtungsinstrumente zum Zahlenbuch:
PH FHNW	www.zahlenbu.ch
PH BE	www.faechnet.erd.be.ch/faechernet_erd/de/index/mathematik/mathematik/unterricht/planungshilfe_prim/problemloeseaufgaben.html

	Empfohlene summativ Lernkontrollen zum bisherigen Zahlenbuch:
PH BE	www.faechnet.erd.be.ch/faechernet_erd/de/index/mathematik/mathematik/unterricht/planungshilfe_prim/kontrollaufgaben.html

Literatur und Links zum Thema „Lernschwierigkeiten in der Mathematik“:Literatur für Lehrpersonen und interessierte Eltern:

- Christoph Selter und Hartmut Spiegel: *„Kinder & Mathematik: Was Erwachsene wissen sollten“*. Kallmeyer Verlag (2003)
- Michael Gaidoschik: *„Rechenschwäche – Dyskalkulie; Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern“*. Persen Verlag (2003)

Literatur für Lehrpersonen und Fachleute:

- Petra Scherer und Elisabeth Moser Opitz: *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Spektrum Akademischer Verlag (2010)
- Elmar Hengartner: *Mit Kindern lernen - Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht. Beiträge zur Unterrichtspraxis*. Klett-Verlag (1999)
- Elmar Hengartner, Ueli Hirt, Beat Wälti: *Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte - Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht (Band 1)*. Klett-Verlag (2006/2010)
- HIRT, Ueli / WÄLTI, Beat: *Lernumgebungen im Mathematikunterricht - Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht (Band 2)*. Kallmeyer-Klett-Verlag (2008)
- Margreth Schmassmann und Elisabeth Moser Opitz: *Heilpädagogische Kommentare zum Zahlenbuch*. Klett und Balmer Verlag Zug.
- Elisabeth Moser Opitz: *Rechenschwäche / Dyskalkulie: Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern*. Haupt Verlag (2007)
- Michael Gaidoschik: *Rechenschwäche vorbeugen – 1. Schuljahr – vom Zählen zum Rechnen; Handbuch für LehrerInnen und Eltern“*. G+G-Verlag und Persen Verlag (2007)
- Petra Scherer: *Produktives Lernen für Kinder mit Lernschwächen - Fördern durch Fordern. Band 1: Zwanzigerraum; Band 2: Addition und Subtraktion im Hunderterraum; Band 3: Multiplikation und Division im Hunderterraum*. Persen-Verlag (2003)
- Jens Holger Lorenz: *Lernschwache Rechner fördern – Ursachen der Rechenschwäche, Frühhinweise auf Rechenschwäche, diagnostisches Vorgehen*. Cornelsen Verlag (2003)
- Karin Landerl, Stephan Vogel, Liane Kaufmann: *Dyskalkulie – Modelle, Diagnostik, Intervention*. Ernst Reinhardt Verlag (2017)
- Annemarie Fritz, Gabi Ricken, Siegbert Schmidt (Hrsg.): *Handbuch Rechenschwäche*. Beltz Verlag (2009)

Links zu Organisationen:

www.verband-dyslexie.ch/index.php/dyskalkulie

www.recheninstitut.at

DIESES DOKUMENT IST ZU FINDEN UNTER: www.zahlenbu.ch > Unterlagen Weiterbildung (Thema „integrative Schulung mit dem Zahlenbuch“)