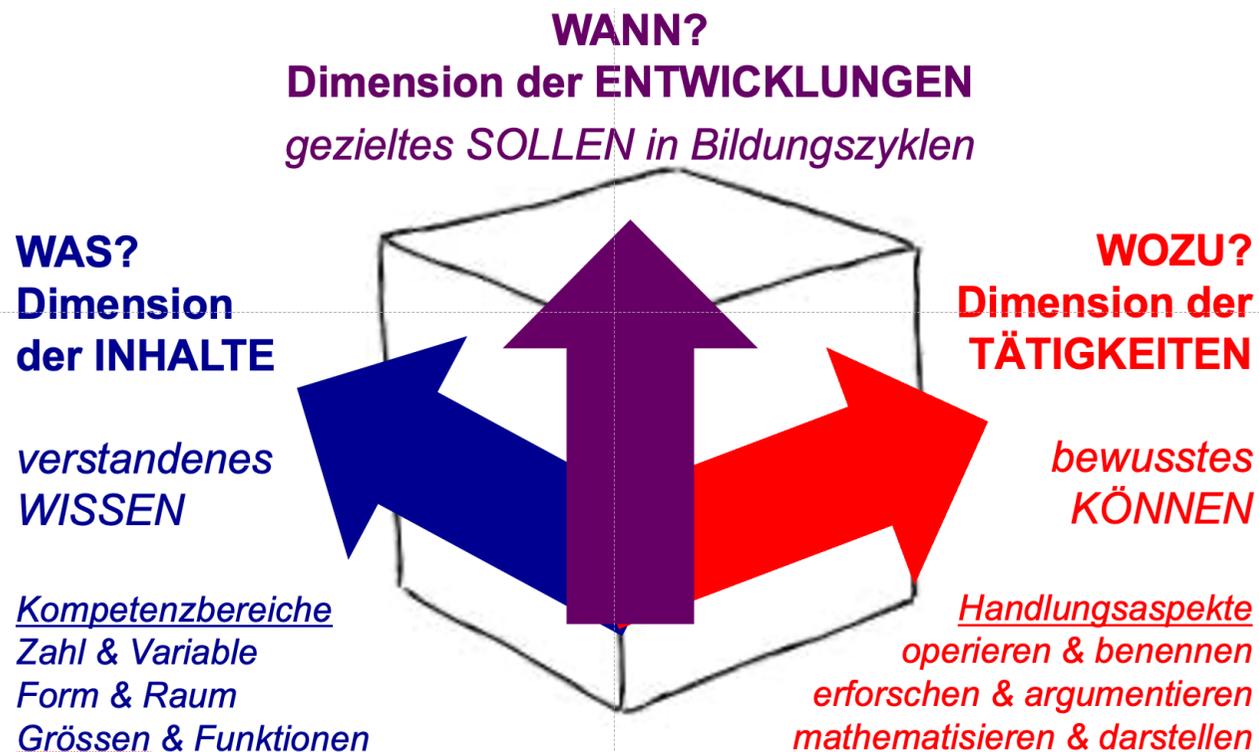


Lerndimensionen und Kompetenzmodell Mathematik im Lehrplan 21

Im Lehrplan 21 wird ein kompetenzorientiertes Lernen beschrieben. Die Kompetenzorientierung bedeutet, dass Wissen und Können zusammenkommt (lateinisch „competentia“: Zusammentreffen, Zuständigkeit, Fähigkeit, Zustand). Dies ist nicht neu. Bereits in früheren Lehrplänen wurden Lerndimensionen des Wissens und des Könnens beschrieben. Im Fach Mathematik wurden seit 1990 in einigen kantonalen Lehrplänen der Deutschschweiz Inhalte und Lernziele, Fachgebiete und Richtziele oder Themenschwerpunkte und allgemeine Bildungsziele einander zugeordnet. Wenn man sich das Lernen dreidimensional vorstellt, kommt neben den beiden (horizontalen) Dimensionen der Inhalte (Wissen) und der Tätigkeiten (Können) noch die dritte (vertikale) Lerndimension der Entwicklungsprozesse hinzu. Auf der Grundlage von bisherigen kantonalen Lehrplänen und den im Jahre 2011 von der Schweizerischen Erziehungsdirektorenkonferenz festgelegten Grundkompetenzen (nationale Bildungsstandards für alle Sprachregionen) ist das Kompetenzmodell Mathematik für den deutschschweizer Lehrplan 21 entstanden. Mathematische Inhalte werden in drei Kompetenzbereichen und mathematische Tätigkeiten in drei Handlungsaspekten kompetenzorientiert beschrieben. Damit soll verstandenes Wissen und bewusstes Können an den Volksschulen der deutschen Schweiz in drei Bildungszyklen nachhaltig aufgebaut werden und zu grundlegenden mathematischen Kompetenzen führen.



Kompetenzmodell Mathematik im Lehrplan 21 für die deutsche Schweiz (2014)

LERN-DIMENSIONEN		KOMPETENZ – BEREICHE (Fachgebiete)		
		ZAHL & VARIABLE (Arithmetik)	FORM & RAUM (Geometrie)	GRÖSSEN, FUNKTIONEN, DATEN, ZUFALL (Sachrechnen)
HANDLUNGS-ASPEKTE	Operieren und Benennen Wissen, Erkennen, Beschreiben* Operieren und Berechnen* Instrumente und Werkzeuge verwenden* <i>„Know-how“: Wissen und Fähigkeiten unmittelbar einsetzen.</i>	INHALTE (Wissen)		
	Erforschen und Argumentieren Erforschen und Explorieren* Argumentieren und Begründen* <i>„Gedankliche Klärung“: Einen Sachverhalt gedanklich durchdringen und kritisch beurteilen.</i>	TÄTIGKEITEN (Können)		
	Mathematisieren und Darstellen Mathematisieren und Modellieren* Interpretieren und Reflektieren* Darstellen und Kommunizieren* <i>„Sprachliche Formung“: Inhalte verarbeiten, aufbereiten und anderen zugänglich machen.</i>			

* Grundkompetenzen für die Mathematik – Nationale Bildungsstandards (Basisstandards Mathematik Schweiz 2011):
 Zusammenfassung der Grundkompetenzen im Kompetenzmodell Lehrplan 21; <https://www.lehrplan21.ch/grundkompetenzen>

KOMPETENZBEREICHE MATHEMATIK im Lehrplan 21 (Lerndimension der INHALTE – WAS?)

Der Fachbereichslehrplan unterscheidet die drei Kompetenzbereiche *Zahl und Variable* (Arithmetik und Algebra), *Form und Raum* (Geometrie) sowie *Grössen, Funktionen, Daten und Zufall* (Sachrechnen und Stochastik).

Zahl und Variable

Zahlen ermöglichen das Bestimmen von Anzahlen und Reihenfolgen. Auf dem fundamentalen Prinzip des Stellenwertsystems gründen die Einsichten in Eigenschaften und Strukturen von Zahlen, Zahlmengen und Operationen. Damit können beliebig grosse und kleine Zahlen in der gewünschten Genauigkeit dargestellt werden. In der Algebra werden zusätzlich zu den Zahlen Variablen verwendet, um Strukturen und Beziehungen zu verallgemeinern. Ein Grundverständnis für Zahlen, Variablen, Operationen und Terme ist notwendig, um sich in der Welt von heute zu orientieren und diese mitzugestalten.

Zentrale Inhalte: Anzahlen; Zahlenfolgen mit natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen; Zehnersystem bzw. Stellenwertsystem; Zahlvorstellungen und -darstellungen; Rechengesetze und Rechenvorteile; Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren, Potenzieren; Überschlagen, Runden; Beziehungen zwischen Operationen und Ergebnissen.

Form und Raum

Punkte, Linien, Figuren und Körper bzw. deren Eigenschaften, Beziehungen und Muster sind Gegenstand des Kompetenzbereichs *Form und Raum*. Beispiele aus dem Alltag (z.B. in der Architektur, Kunst, Technik und Natur) können veranlassen, geometrische Objekte anzuschauen, zu deuten, zu verändern, darzustellen und in Beziehung zu setzen. Tragfähige arithmetische Zahlvorstellungen werden durch geometrische Darstellungen unterstützt. Umgekehrt lassen sich geometrische Objekte und deren Eigenschaften mit Hilfe von Zahlen, Variablen oder Termen beschreiben. Die Übergänge zwischen Form und Raum und den beiden andern Kompetenzbereichen sind fließend.

Zentrale Inhalte: Orientierung im Raum; Eigenschaften von Figuren und Körpern; Skizzen, Zeichnungen und Konstruktionen; Operationen mit Figuren und Körpern, z.B. Drehen, Verschieben, Spiegeln; Flächeninhalt und Umfang von Figuren sowie Volumen und Oberflächen von Körpern; Geometrische Gesetzmässigkeiten und Muster; Modelle in der Ebene und im Raum; Lagebeziehungen und Koordinaten von Figuren und Körpern.

Grössen, Funktionen, Daten und Zufall

Der Kompetenzbereich *Grössen, Funktionen, Daten und Zufall* beschäftigt sich mit Phänomenen aus der Umwelt. Dabei geht es um quantifizierbare Aspekte, die sich mit Hilfe von Zahlen erforschen und beschreiben sowie mit Tabellen, Graphen, Texten oder Diagrammen darstellen lassen.

Grössen beziehen sich u.a. auf Längen, Flächeninhalte, Volumen, Gewichte bzw. Massen, Geldbeträge, Zeitpunkte und Zeitdauern. Sie werden mit Masszahlen beschrieben. Funktionen beschreiben Beziehungen zwischen zwei Grössen (z.B. zwischen Preis und Gewicht). Daten lassen sich mit Methoden der Statistik auswerten. Zufall bezieht sich auf Zufallsexperimente und Kombinatorik.

Zentrale Inhalte: Eigenschaften von Objekten (Länge, Fläche, Volumen, Gewicht); Grössen bestimmen und mit ihnen rechnen; SI-Einheiten (z.B. Längenmasse: km, m, dm, cm, mm); Kombinatorik in konkreten Situationen; Datenerhebungen und -analysen; Wahrscheinlichkeiten im Alltag und in Zufallsexperimenten; Funktionen zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge; Unterschiedliche Darstellungen funktionaler Zusammenhänge (Sprache, Tabelle, Term, Graph); Lineare, proportionale und umgekehrt proportionale Zuordnungen.

HANDLUNGSASPEKTE MATHEMATIK im Lehrplan 21 (Lerndimension der TÄTIGKEITEN – WIE?)

Der Fachbereichslehrplan unterscheidet die drei Handlungsaspekte *Operieren und Benennen*, *Erforschen und Argumentieren* sowie *Mathematisieren und Darstellen*.

Operieren und Benennen

Beim Operieren werden Begriffe, Zahlen, Formen oder Körper in Beziehung gesetzt oder verändert und Ergebnisse festgehalten. Das Benennen betont das Verwenden der mathematischen Fachsprache. Sie erleichtert eine klare Kommunikation und hilft, Missverständnisse zu vermeiden.

Zentrale Tätigkeiten: Zusammenhänge zum Rechnen nutzen; Grundlegende Formeln und Gesetze anwenden (z.B. beim Umformen und Auswerten von Termen); Ergebnisse berechnen (Kopfrechnen, mit Notieren eigener Rechenwege und schriftliche Verfahren); Automatisiertes Abrufen von Rechnungen (z.B. im Einspluseins und Einmaleins); Grössen bezeichnen, umrechnen und schätzen; Instrumente, Werkzeuge und Hilfsmittel sowie Messgeräte verwenden; Begriffe und Symbole deuten und verwenden; Mit Formen operieren (zerlegen, zusammenführen, verschieben, drehen, spiegeln, vergrössern, verkleinern, überlagern); Skizzieren, zeichnen und Grundkonstruktionen ausführen.

Erforschen und Argumentieren

Beim *Erforschen und Argumentieren* erkunden und begründen die Lernenden mathematische Strukturen. Dabei können beispielhafte oder allgemeine Einsichten, Zusammenhänge oder Beziehungen entdeckt, beschrieben, bewiesen, erklärt oder beurteilt werden.

Zentrale Tätigkeiten: Sich auf Unbekanntes einlassen, ausprobieren, Beispiele suchen; Vermutungen und Fragen formulieren; Sachverhalte, Darstellungen und Aussagen untersuchen; Einer Frage durch Erheben und Analysieren von Daten nachgehen; Zahlen, Figuren, Körper oder Situationen systematisch variieren; Ergebnisse beschreiben, überprüfen, hinterfragen, interpretieren und begründen; Muster entdecken, verändern, weiterführen, erfinden und begründen; Mit Beispielen und Analogien argumentieren; Beweise führen.

Mathematisieren und Darstellen

Beim Mathematisieren werden Situationen und Texte in Skizzen, Operationen und Terme übertragen. Umgekehrt gilt es, Operationen, Terme und Skizzen zu konkretisieren bzw. zu veranschaulichen. In mathematischen Kontexten bedeutet Mathematisieren, Beziehungen, Analogien oder Strukturen zu erkennen und durch Regeln, Gesetze oder Formeln zu verallgemeinern. Umgekehrt können Terme und Formeln visualisiert bzw. mit Modellen erläutert werden. Das Darstellen von Erkenntnissen erfolgt sprachlich, bildhaft, graphisch abstrakt und formal oder auch konkret mit Gegenständen und Handlungen. Der Begriff Darstellen wird weit gefasst. Er umfasst alle Tätigkeiten, die Gedanken, Muster oder Sachverhalte nachvollziehbar, erkennbar oder verständlich machen.

Zentrale Tätigkeiten: Eine Situation vereinfachen und darstellen; Muster, Strukturen und Gesetzmässigkeiten erkennen und beschreiben; Handlungen, Bilder, Grafiken, Texte, Terme oder Tabellen in eine andere Darstellungsform übertragen; Mathematische Modelle, Lösungswege, Gedanken und Ergebnisse darstellen und interpretieren; Mathematische Inhalte darstellen (mündlich und schriftlich, mit Tabellen, Figuren und Körpern, Grafiken, Texten oder Situationen); Figurierte Zahlen (aufgrund der Legeordnung leicht bestimmbare Anzahlen) in Zahlenmuster oder Zahlenfolgen übertragen; Zahlenmuster und Zahlenfolgen visualisieren (z.B. durch Punkte oder Zählstriche).

Die 26 MATHEMATISCHEN KOMPETENZEN im Lehrplan 21

		Kompetenzbereiche		
		Zahl und Variable	Form und Raum	Grössen, Funktionen, Daten und Zufall
Handlungsaspekte	Operieren und Benennen			
	Erforschen und Argumentieren			
	Mathematisieren und Darstellen			

Tabelle 1: Die Kompetenzbereiche und Handlungsaspekte im Überblick

Kompetenzbereich 1: ZAHL UND VARIABLE (9 Kompetenzen im Fachgebiet Arithmetik)

Handlungsaspekt A) Operieren und Benennen

1. Die Schülerinnen und Schüler verstehen und verwenden arithmetische Begriffe und Symbole. Sie lesen und schreiben Zahlen.
2. ... können flexibel zählen, Zahlen nach der Grösse ordnen und Ergebnisse überschlagen.
3. ... können addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren und potenzieren.
4. ... können Terme vergleichen und umformen, Gleichungen lösen, Gesetze und Regeln anwenden.

Handlungsaspekt B) Erforschen und Argumentieren

1. ... können Zahl- und Operationsbeziehungen sowie arithmetische Muster erforschen und Erkenntnisse austauschen.
2. ... können Aussagen, Vermutungen und Ergebnisse zu Zahlen und Variablen erläutern, überprüfen, begründen.
3. ... können beim Erforschen arithmetischer Muster Hilfsmittel nutzen.

Handlungsaspekt C) Mathematisieren und Darstellen

1. ... können Rechenwege darstellen, beschreiben, austauschen und nachvollziehen.
2. ... können Anzahlen, Zahlenfolgen und Terme veranschaulichen, beschreiben und verallgemeinern.

Kompetenzbereich 2: FORM UND RAUM (9 Kompetenzen im Fachgebiet Geometrie)

Handlungsaspekt A) **Operieren und Benennen**

1. Die Schülerinnen und Schüler verstehen und verwenden Begriffe und Symbole.
2. ... können Figuren und Körper abbilden, zerlegen und zusammensetzen.
3. ... können Längen, Flächen und Volumen bestimmen und berechnen.

Handlungsaspekt B) **Erforschen und Argumentieren**

1. ... können geometrische Beziehungen, insbesondere zwischen Längen, Flächen und Volumen, erforschen, Vermutungen formulieren und Erkenntnisse austauschen.
2. ... können Aussagen und Formeln zu geometrischen Beziehungen überprüfen, mit Beispielen belegen und begründen.

Handlungsaspekt C) **Mathematisieren und Darstellen**

1. ... können Körper und räumliche Beziehungen darstellen.
2. ... können Figuren falten, skizzieren, zeichnen und konstruieren sowie Darstellungen zur ebenen Geometrie austauschen und überprüfen.
3. ... können sich Figuren und Körper in verschiedenen Lagen vorstellen, Veränderungen darstellen und beschreiben (Kopfgeometrie).
4. ... können in einem Koordinatensystem die Koordinaten von Figuren und Körpern bestimmen bzw. Figuren und Körper aufgrund ihrer Koordinaten darstellen sowie Pläne lesen und zeichnen.

Quelle Vorlage Lehrplan 21 Mathematik: <https://v-fe.lehrplan.ch/index.php?code=b|5|0|2>

Kompetenzbereich 3: GRÖSSEN, FUNKTIONEN, DATEN UND ZUFALL (8 Kompetenzen im Fachgebiet „Sachrechnen“)

A) Operieren und Benennen

1. Die Schülerinnen und Schüler verstehen und verwenden Begriffe und Symbole zu Grössen, Funktionen, Daten und Zufall.
2. ... können Grössen schätzen, messen, umwandeln, runden und mit ihnen rechnen.
3. ... können funktionale Zusammenhänge beschreiben und Funktionswerte bestimmen.

B) Erforschen und Argumentieren

1. ... können zu Grössenbeziehungen und funktionalen Zusammenhängen Fragen formulieren, diese erforschen sowie Ergebnisse überprüfen und begründen.
2. ... können Sachsituationen zur Statistik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit erforschen, Vermutungen formulieren und überprüfen.

C) Mathematisieren und Darstellen

1. ... können Daten zu Statistik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit erheben, ordnen, darstellen, auswerten und interpretieren.
2. ... können Sachsituationen mathematisieren, darstellen, berechnen sowie Ergebnisse interpretieren und überprüfen.
3. ... können Terme, Formeln, Gleichungen und Tabellen mit Sachsituationen konkretisieren.

Quelle Vorlage Lehrplan 21 Mathematik: <https://v-fe.lehrplan.ch/index.php?code=b|5|0|3>

Übersicht zu wichtigen mathematischen Handlungskompetenzen im Lehrplan 21

Kompetenzen Mathematik Lehrplan 21		KOMPETENZ – BEREICHE (Fachgebiete)		
		ZAHL & VARIABLE (Arithmetik)	FORM & RAUM (Geometrie)	GRÖSSEN, FUNKTIONEN, DATEN, ZUFALL (Sachrechnen)
HANDLUNGS – ASPEKTE (Tätigkeiten)	Benennen und Operieren	arithmetische Begriffe und Symbole verstehen und anwenden Zahlen lesen und schreiben flexibel zählen und Zahlen ordnen addieren und subtrahieren multiplizieren und dividieren überschlagen (schätzen) Terme vergleichen und umformen Rechengesetze anwenden	geometrische Begriffe und Symbole verstehen und anwenden Figuren und Körper abbilden, zerlegen und zusammensetzen Längen, Flächen <i>und</i> Volumen bestimmen und berechnen	Begriffe und Symbole zu Grössen, Funktionen, Daten und Zufall verstehen und anwenden Grössen schätzen, messen, umwandeln, runden und mit ihnen rechnen Funktionale Zusammenhänge (in Wertetabellen) erfassen und beschreiben Funktionswerte in (proportionalen Beziehungen) bestimmen
	Erforschen und Argumentieren	Arithmetische Muster erforschen und Erkenntnisse dazu austauschen Aussagen, Vermutungen und Ergebnisse zu Zahloperationen erläutern, überprüfen und begründen beim Forschen Hilfsmittel nutzen	geometrische Muster erforschen und Erkenntnisse dazu austauschen Aussagen und Formeln zu geometrischen Beziehungen erläutern, überprüfen und begründen	zu Grössenbeziehungen und funktionalen Zusammenhängen Fragen formulieren und erforschen, Ergebnisse überprüfen und begründen Sachsituationen zur Statistik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit erforschen, Vermutungen formulieren und überprüfen
	Mathematisieren und Darstellen	Rechenwege darstellen, beschreiben, austauschen und nachvollziehen Anzahlen, Zahlenfolgen und Terme veranschaulichen, beschreiben und verallgemeinern	Körper und räumliche Beziehungen darstellen Figuren falten, skizzieren, zeichnen (und konstruieren) sich Figuren in verschiedenen Lagen vorstellen, Veränderungen darstellen und beschreiben (Kopfgeometrie) Pläne lesen und zeichnen und mit Koordinaten umgehen	Daten zu Statistik, Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit erheben, ordnen, darstellen, auswerten und interpretieren Sachsituationen mathematisieren, darstellen und berechnen Ergebnisse zu Sachsituationen interpretieren und überprüfen Terme, Formeln, Gleichungen und Tabellen mit Sachsituationen konkretisieren

Übersicht zu zentralen mathematischen Inhalten der Primarschule im Lehrplan 21

Bildungs- Zyklus	KOMPETENZ – BEREICHE (Fachgebiete)		
	ZAHL & VARIABLE (Arithmetik)	FORM & RAUM (Geometrie)	GRÖSSEN, FUNKTIONEN, DATEN, ZUFALL (Sachrechnen)
1. Zyklus Elemente und Begriffe Beziehungen und Systematik Operationen und Anwendungen	natürliche Zahlen und Stellenwerte bis 100 Addition und Subtraktion bis 100 (ohne 10er-Übergänge und ohne Zählen) Verdoppeln, Halbieren (bis 20 und bis 100 mit 5er-/10er-Zahlen) Ergänzen auf den nächsten Zehner Zahlzerlegung (v. a. in 10er und 1er)	Figuren und Körper (Eigenschaften, Formen, Zerlegen und Zusammensetzen von Rechtecken, Quadraten, Dreiecken, Kreisen, Kugeln, Würfeln) Symmetrien (Spiegelungen und Bandornamente) Raumlagen und Positions-Koordinaten Skizzen / Zeichnungen (von Dreiecken, Quadraten, Rechtecken und Kreisen)	Orientierung an Referenzgrössen: Längen: m, cm Zeit: h, min Geld: Fr. und Rp. Lineare Zahlenfolgen und Wertetabellen mit natürlichen Zahlen Sachsituationen und Rechengeschichten Einfache Variationen und Häufigkeiten
2. Zyklus Elemente und Begriffe Beziehungen und Systematik Operationen und Anwendungen	Natürliche und gebrochene Zahlen (Dezimalzahlen und Brüche) Stellenwertsystem Prozentangaben Addition und Subtraktion (im Kopf, mit Notieren eigener Rechenwege und mit schriftlichen Verfahren) Multiplikation und Division (im Kopf, mit Notieren eigener Rechenwege) Grundoperationen mit dem Rechner Kürzen und Erweitern (von einfachen Brüchen am Rechteckmodell) Rechengesetze (Umkehroperationen, Kommutativgesetz, Assoziativgesetz) Teilbarkeitsregeln (:2, :5, :10, :100, :1000) und Rundungsregeln	Figuren und Körper (Begriffe) Umfang (von Vielecken) Flächeninhalt (von Quadraten und Rechtecken) Abwicklungen (von Würfeln und Quadern) Symmetrien (Achsen-Spiegelungen, Drehungen, Parkette und Ornamente) Ansichten (von Quadern und Würfelgebäuden) Koordinaten von Figuren (einfache Koordinatensysteme) Skizzen und Zeichnungen von Grundfiguren und Ansichten (mit Rastern, Zirkel und Geodreieck)	Orientierung an Referenzgrössen: Längen: km, m, dm, cm, mm Hohlmasse: l, dl, cl, ml Gewichte: t, kg, g, mg Zeit: d, h, min, s / Geld: Fr. und Rp. Flächenmasse: km ² , m ² , dm ² , cm ² , mm ² Systematik der Stellen bei Grössen und Begriffen „Kilo“, „Dezi“, „Centi“, „Milli“ Proportionalität und funktionale Zusammenhänge in Wertetabellen Operationen mit Grössen (Schätzungen, Vergleiche, Rundungen, Umwandlungen in benachbarte Masseneinheiten, Grundoperationen) Sachsituationen, Sachtexte, Tabellen und Diagramme Kombinationen und Permutationen Umgang mit Datensätzen, Mittelwert, Maximum und Minimum