

Das unerschöpfliche Übungsangebot des „Zahlenbuchs“ - und wie Kinder es selbständig nutzen können

Erich Ch. Wittmann

Gibst du einem Menschen einen Fisch, hat er einmal zu essen.
Lehrst du ihn fischen, kann er sich sein Leben lang selbst ernähren.

Chinesische Weisheit

Das Konzept des aktiv-entdeckenden Lernens hat sich seit 1985 in den Mathematiklehrplänen für die Grundschule Schritt für Schritt durchgesetzt. Obwohl es überzeugend ist, nach TIMSS und PISA mehr denn je, war und ist nicht damit zu rechnen, dass es sich in der Breite mühelos durchsetzt. Der Grund dafür ist klar: Aktiv-entdeckender Unterricht Lernen verlangt eine andere Einstellung zum Lehren und Lernen als ein klein- und gleichschrittiger Unterricht in vorgegebenen Gleisen.

Das aus dem Projekt „mathe 2000“ hervorgegangene „Zahlenbuch“ ist das erste Unterrichtswerk, das aktiv-entdeckende Lehr- und Lernformen konsequent nutzt. Inzwischen haben sich erfreulich viele Lehrerinnen und Lehrer in das Konzept eingearbeitet und setzen es erfolgreich um. Da das „Programm mathe 2000“ für die Grundschule inzwischen im wesentlichen vollständig vorliegt und auf breite Erfahrungen zurückgegriffen werden kann, ist es einfacher als früher zu den folgenden zwei Fragen gezielt Stellung zu nehmen, die manchmal noch gestellt werden:

1. Ist das Konzept des aktiv-entdeckenden Lernens auch für die „*schwachen*“ Kinder geeignet, nicht nur für die „*leistungsstarken*“?
2. Ist die *Zahl der Übungsaufgaben* im „Zahlenbuch“ ausreichend?

Es ist nicht überraschend, dass genau diese beiden Fragen gestellt werden: Erstens sind die traditionellen Vorstellungen von der Förderung „*lernschwacher*“ Kinder so eng an klein- und gleichschrittige Fördermaßnahmen gebunden, dass jedes nicht klein- und gleichschrittige Konzept geradezu automatisch in den Verdacht gerät, die „*Schwachen*“ zu vergessen. Zweitens hat sich im traditionellen Unterricht eine bestimmte Übungspraxis herausgebildet, bei der Arbeitsblätter eine besondere Rolle spielen. Diese Nachfrage wird durch eine Kopiervorlagenindustrie punktgenau bedient. Wie ernst es ein Unterrichtswerk mit dem Üben nimmt, wird daher nicht selten an der Zahl der verfügbaren Arbeitsblätter abgelesen. Jedes Konzept, das nicht mit einem entsprechenden Angebot von Arbeitsblättern aufwartet, gerät daher leicht in den Verdacht, das Üben zu vernachlässigen. Es gibt Lehrerinnen und Lehrer, die das „Zahlenbuch“ durchblättern und sofort sagen "zu wenig Übungsaufgaben".

Hier gilt es die Aufklärungsarbeit fortzusetzen und noch deutlicher als bisher auf folgende Tatsache aufmerksam zu machen: „mathe 2000“ hat gerade bei der Förderung lernschwacher Kinder und beim Üben bewusst die ausgetretenen Pfade des traditionellen Unterrichts verlassen und neue Wege eingeschlagen, die zu besseren

Erfolgen führen. Was das Förderkonzept von „mathe 2000“ anbelangt, sei auf den Aufsatz „Ein alternativer Ansatz zur Förderung von Kindern mit Rechenschwächen“ verwiesen.¹ In ihm finden sich auch eindeutige empirische Belege dafür, dass sogar lernbehinderte Kinder auf aktiv-entdeckende Weise bessere Erfolge erzielen als auf klein- und gleichschrittige Weise.

Der vorliegende Beitrag ist dem Üben gewidmet. Es wird gezeigt, dass das „Zahlenbuch“ ein praktisch unerschöpfliches Angebot von Übungsformen bereithält, und es wird an Beispielen demonstriert, wie man dieses Angebot nutzen kann ohne auf zusätzliche Arbeitsblätter zurückgreifen zu müssen.

1. Eigenverantwortlicher Umgang mit Übungsangeboten

Zunächst sei daran erinnert, dass die zentrale Veröffentlichung des Projekts „mathe 2000“ das zweibändige „Handbuch produktiver Rechenübungen“ ist.² Deutlicher kann nicht zum Ausdruck gebracht werden, dass das Üben bei „mathe 2000“ den größten Stellenwert hat. Das aus dem Projekt hervorgegangene Unterrichtswerk „Das Zahlenbuch“ ist dementsprechend zusammen mit dem Übungsheft und dem Lehrerband ebenfalls in *allererster Linie* auf das Üben ausgerichtet. Das Angebot an Übungen überdeckt ein breites Spektrum, das von produktiven Übungsformen bis hin zu Automatisierungsübungen reicht.

Wichtig für das Verständnis des Konzepts ist es zwei Zielsetzungen zu unterscheiden, die sich gegenseitig bedingen und stützen:

- einerseits die aktiv-entdeckende Auseinandersetzung mit Mustern der Mathematik und der Realität mit dem Ziel, Verständnis für elementare Strukturen, Freude an der Mathematik und Lernfähigkeit zu entwickeln: Stichwort „**Schöne Mathematik**“
- andererseits den Erwerb von Grundfertigkeiten mit dem Ziel der automatischen Beherrschung: Stichwort „**Blitzrechnen**“

Hier ist ein Vergleich zwischen dem Erlernen der Mathematik und dem Erlernen eines Musikinstruments nützlich: Das „Blitzrechnen“ entspricht den Finger- und Technikübungen, die „schöne Mathematik“ den „Vortragsstücken“, bei denen relativ frei ausgewählt und auch improvisiert werden kann. Einen analogen Vergleich könnte man auch mit dem Mannschaftssport herstellen, wo das Kraft-, Konditions- und Techniktraining das unverzichtbare Gegenstück zum Spiel darstellt.

Dem aktiv-entdeckenden Ansatz des Lernens und Übens liegt nicht nur eine bestimmte Sicht des Lernprozesses, sondern auch eine bestimmte Auffassung von Mathematik zugrunde: Mathematik wird als „*Wissenschaft von Mustern*“ verstanden. Dies bietet

¹ Als pdf-datei herunterladbar von der „mathe 2000“-Website <http://www.uni-dortmund.de/mathe2000/> (Button Publikationen/online)

² G.N. Müller und E.Ch. Wittmann, Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. Band 2: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Leipzig/Stuttgart: Ernst Klett Grundschulverlag 1990/1992

über den damit verbundenen Bildungsanspruch des Mathematikunterrichts hinaus drei handfeste *praktische Vorteile*:

1. Wenn die Kinder angeregt werden, arithmetische Muster fortzusetzen, zu verändern und selbst zu erzeugen, sind sie beim Üben nicht mehr auf den ständigen Nachschub von Arbeitsblättern angewiesen, sondern werden in gewissem Umfang Selbstversorger: Sie verwalten und gestalten das angebotene Material mehr oder weniger selbstständig und eigenverantwortlich.
2. Die eingebauten Muster erlauben in vielen Fällen eine gute Selbstkontrolle aus der Sache heraus. Auf Formen der sogenannten „Selbstkontrolle“ durch Lösungsschlüssel (Prüfzahlen, Prüfwörter o.ä.), die im Grunde eine Fremdkontrolle ist, kann damit verzichtet werden.
3. Durch das mehr oder weniger selbstständige Arbeiten der Kinder werden die Lehrerinnen und Lehrer sowohl bei der Aufgabenstellung als auch bei der Kontrolle der Ergebnisse entlastet.

2. Praktische Beispiele

Vorab sei betont, dass der Wunsch der Praxis nach Arbeitsblättern verständlich ist. Für den Erfolg von Lernprozessen ist es zweifellos von entscheidender Bedeutung, dass die Kinder Wissenselemente und Fertigkeiten, die im Unterricht erarbeitet worden sind, für sich intensiv und extensiv einüben. Dazu bedarf es eines hinreichend großen Übungsangebotes. Arbeitsblätter sind ein praktikables Mittel, um solche „Übungsräume“ zu schaffen, in denen Kinder alleine arbeiten können. Soweit Arbeitsblätter zu dem Konzept des aktiv-entdeckenden Lernens passen – was für viele der auf dem Markt befindlichen Produkte ganz und gar nicht zutrifft - gehören sie zweifellos zum Kern der Unterrichtsarbeit. Sie sind aber, auch wenn sie gut sind, nicht immer geeignet und auch nicht immer das Material mit dem geringsten Aufwand.

Wie sich die Übungsangebote im „Zahlenbuch“ ohne *zusätzliche* Arbeitsblätter und *mühe*los ausbauen lassen, soll in diesem Abschnitt an exemplarischen Beispielen aus den folgenden vier Übungsbereichen aufgezeigt werden: mündliches Rechnen, materialgestützte Übungen, Übungsformate und Expeditionen ins Zahlenreich.

2.1 Mündliches Rechnen

Zur Übung der Grundfertigkeiten enthält das "mathe 2000"-Konzept den Kopfrechenkurs „Blitzrechnen“. Er besteht aus 10 Übungen pro Schuljahr. Jede Übung wird in zwei Phasen behandelt: einer Grundlegungsphase, ohne die es kein Verständnis gibt, und einer Automatisierungsphase. „Kopfrechnen“ ist der einzige Bereich des Mathematikunterrichts, in dem systematisch und intensiv geübt werden muss. Am weitaus besten eignen sich hierfür *mündliche* Übungen. Wir sind der Überzeugung, dass beim Kopfrechnen gerade das mündliche Üben stark vernachlässigt, das Bearbeiten von Arbeitsblättern dagegen weit übertrieben wird. Um es den Kindern zu ermöglichen, "Blitzrechnen" als ständige Fitnessübung in weitgehend eigener Regie durchzuführen, haben wir spezielle Materialien entwickelt.

Zur *Grundlegung* dient der Förderkurs „Mündliches Rechnen in Kleingruppen“³. Die drei ersten Karteien beziehen sich auf den Zwanziger-, Hunderter- und Tausenderraum und umfassen die in Abb. 1 aufgelisteten Übungen.

Die Übungen „Wie viele?“, „Zahlenreihe“, „Ergänzen“, „Verdoppeln / Halbieren“, „Zerlegen“, „Leichte Plus- und Minusaufgaben“, „Einmaleins / Zehnereinmaleins“ kommen in Varianten in jedem Schuljahr vor und bilden aufbauende Stränge. Die besonders wichtigen Übungen „Leichte Plus-, Minus-, Mal- und Divisionsaufgaben“ werden in jedem Schuljahr durch andere Übungen systematisch vorbereitet. Da der Förderkurs den Bereich der Basisfertigkeiten systematisch abdeckt, können Kinder, die diesen Kurs erfolgreich durchlaufen haben, wirklich rechnen.

1. Schuljahr	2. Schuljahr	3. Schuljahr
Wie viele?	Wie viele?	Verdoppeln / Halbieren im Hunderter
Zahlenreihe	Ergänzen zum Zehner	Einmaleins-umgekehrt
Zerlegen	Zählen in Schritten	Wie viele?
Ergänzen bis 10 und 20	Ergänzen bis 100	1000 teilen
Verdoppeln	100 teilen	Verdoppeln / Halbieren im Tausender
Kraft der Fünf	Verdoppeln / Halbieren	Zählen in Schritten
Einspluseins	Leichte Plus- und Minusaufgaben	Ergänzen bis 1000
Halbieren	Zerlegen	Leichte Plus- und Minusaufgaben
Zählen in Schritten	Einmaleins-Reihen	Mal 10
Mini-Einmaleins	Einmaleins - vermischt	Zehnereinmaleins – auch umgekehrt

Abb. 1 Struktur der Teile 1-3 des Förderkurses

³ G.N. Müller und E.Ch. Wittmann, Mündliches Rechnen in Kleingruppen. Der Förderkurs. 4 Teile. Leipzig/Stuttgart: Ernst Klett Grundschulverlag 1998-2002

Die meisten der Übungen werden in drei Formen angeboten: enaktiv als „Operationsfelder“, ikonisch als „Rechenkarten“ und symbolisch als „Aufgabenblätter“, wobei genau diejenigen grundlegenden Arbeitsmittel, zeichnerischen Darstellungen, Schreib- und Sprechweisen Verwendung finden, die im Unterricht eingeführt wurden und ständig benutzt werden. Der Kurs ist so konstruiert, dass kleine Gruppen von zwei bis vier Kindern nach kurzer Einführung durch die Lehrkraft gemeinsam und selbstständig üben können, wie es der eingangs zitierten chinesischen Weisheit entspricht. Die Lehrerin wird dadurch in diesem wichtigen Bereich spürbar entlastet.

Am Beispiel der Übung „Kraft der Fünf“ aus dem ersten Schuljahr sei die Arbeit mit dem Förderkurs erläutert. Als *Operationsfeld* dient die verdeckte Zwanzigerreihe (Abb. 2), auf der die Stützzahlen 5, 10, 15 und 20 markiert sind. Ein Kind deutet auf eine Zahl, z.B. 13. Die anderen Kinder müssen diese Zahl zu den benachbarten Stützzahlen in Beziehung setzen: $13 = 10 + 3$, $13 = 15 - 2$.

Auf den *Rechenkarten* (Abb. 3) sind Aufgaben dieser Art ikonisch und in Form von Zahlenhäusern dargestellt. Ein Kind hält die jeweilige Karte hoch und zeigt die Aufgabe, die anderen müssen sie im Kopf lösen. Die Kinder kontrollieren sich gegenseitig oder schauen auf die Rückseite der Karte, wo sich die Lösung befindet. Die Übungen am Operationsfeld und mit den Rechenkarten lassen sich naturgemäß beliebig lange fortsetzen und wiederholen. Jedes Kind sollte immer wieder so viel und so lange üben können, wie es braucht, um die Aufgaben letztlich sicher zu beherrschen.

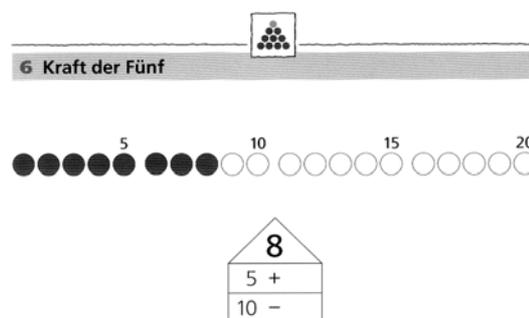
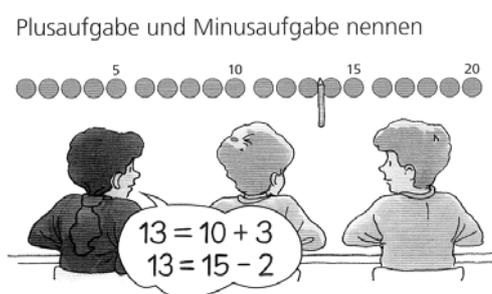


Abb. 2 Operationsfeld zu „Kraft der Fünf“

Abb. 3 Rechenkarte zu „Kraft der Fünf“

Auf den *Aufgabenblättern* finden sich Päckchen von Aufgaben zur „Kraft der Fünf“, wobei Beziehungen eingebaut sind. Die Kinder stellen sich gegenseitig – in Partner- oder Gruppenarbeit – Aufgaben. Die Lösungen sind aufgedruckt, sodass eine direkte Kontrolle gegeben ist.

Der Teil 4 des Förderkurses weicht in seiner Struktur von den Teilen 1-3 ab. Er enthält nicht die Grundlegung des Blitzrechnenkurses für das 4. Schuljahr, sondern dient als „Kopfsachrechnen“ zur Wiederholung der Blitzrechnenübungen der Teile 1-3 im Kontext

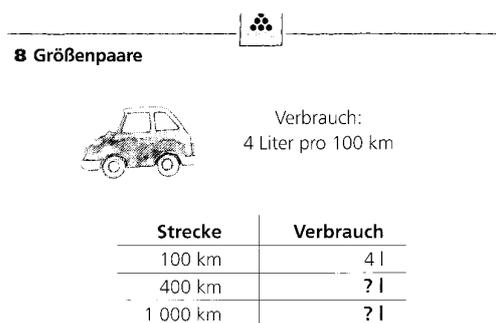
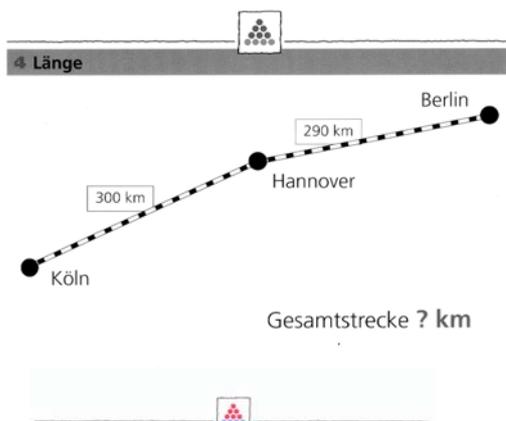


Abb. 4 Rechenkarten „Größen“ von Größen und Sachrechnen.

Die operative Grundlegung muss im Unterricht erfolgen, da sich mit den meisten Größen (z.B. km) nicht in Kleingruppen operieren lässt. Auch Aufgabenblätter sind nur beschränkt möglich. Das Schwergewicht liegt daher voll und ganz auf den etwa 450 Rechenkarten. Die Aufgaben wurden bewusst so gestaltet, dass auch das Sachwissen vermehrt wird (vgl. Abb. 4). Wenn die Kinder den Kurs durchgearbeitet haben, besitzen sie eine gute Grundlage für das Sachrechnen.

Aufbauend auf den Förderkurs bietet sich die CD-ROM „Blitzrechnen“ für die *Automatisierung* der Basisfertigkeiten an.⁴ Auch sie ist so gestaltet, dass die Kinder alleine oder mit einem Partner selbständig üben können. Auch hierfür werden keine Arbeitsblätter benötigt.

Für den „Blitzrechnenkurs“ muss im Unterricht bewusst Zeit, etwa 20 bis 25% der Unterrichtszeit, eingeplant werden. Die Freiarbeit bietet sich hierfür in besonderer Weise an. Wir stellen uns vor, dass die Kinder die Übungen des Förderkurses *regelmäßig* bearbeiten, auch in Form von Hausaufgaben, um sich fit zu halten. Von Lehrerinnen und Lehrern wissen wir, dass sich gute Erfolge einstellen, wenn dieser Kurs ernst genommen wird. Der eigenverantwortliche Umgang mit dem Förderkurs wird dadurch gestärkt, dass den Kindern die Bedeutung des Kurses erklärt und damit ihre Bewusstheit für diese „Fitnessübung“ geweckt wird.

2.2 Materialgestützte Übungen

Die Operationsfelder der Blitzrechnenübungen sind ein Sonderfall von materialgestützten Übungen, bei denen die Kinder an geeignetem Material beliebig viele Aufgaben selbst bilden können.

Welche weiteren Möglichkeiten es für materialgestützte Übungen gibt, sei an ausgewählten Beispielen aus den vier Schuljahren angedeutet. Auch hier sind keine Arbeitsblätter erforderlich.

⁴ G. Krauthausen, G.N. Müller und E.Ch. Wittmann, CD-ROM Blitzrechnen. Teil 1 für das 1. und 2. Schuljahr, Teil 2 für das 3. und 4. Schuljahr. Leipzig/Stuttgart: Ernst Klett Grundschulverlag 1998/1999

1. Schuljahr: Plättchen werfen

Diese Übungsform im „Zahlenbuch 1“ dient zur Anzahlerfassung und zu einem ersten Einblick in Zahlzerlegungen (Gesetz von der Konstanz der Summe). Sie stützt die Übungen „Wie viele?“ und „Zerlegen“ von Teil 1 des Förderkurses. Zur Notation empfehlen sich vorgegebene Tabellen, in welche die Kinder ihre Ergebnisse in Form von Strichlisten eintragen können (Abb. 5, Kopiervorlagen im Lehrerband). Durch Ordnen der roten und blauen Plättchen nach jedem Wurf wird die Anzahlbestimmung erleichtert.

„Plättchen werfen“ kann mit unterschiedlichen Anzahlen von Plättchen durchgeführt werden und ist eine ausgedehnte Übung zur Anzahlerfassung. Die Kinder können sich lange damit befassen und machen das in der Regel sehr gerne.

2. Schuljahr: Legen von 1x1-Aufgaben am Hunderterfeld mit dem 1x1-Winkel

Das Hunderterfeld ist im 2. Schuljahr das natürliche Operationsfeld für Aufgaben des Einmaleins (ZB 2, S. 50). Mit dem Einmaleins-Winkel können die Kinder beliebige Einmaleinsaufgaben selbst legen und das Ergebnis bestimmen (Abb. 6). Die Untergliederung des Hunderters in vier 5x5-Felder stützt die Rechnungen. Auf einer Seite im „Zahlenbuch 2“ wird dies an Beispielen erklärt.

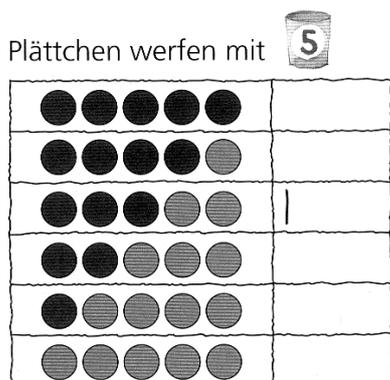


Abb. 5 Tabelle für Plättchen werfen

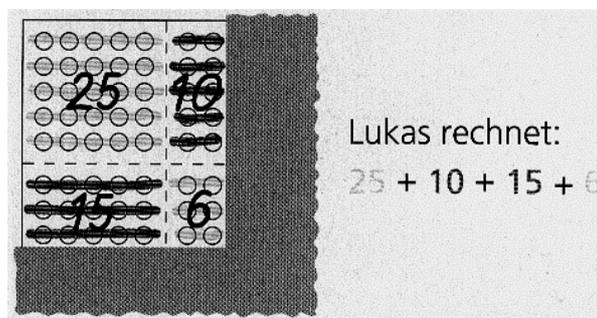


Abb. 6 Aufgabe 7·8 am Hunderterfeld

Die Rechnungen können im Rechenheft notiert werden. Daher sind Arbeitsblätter wiederum nicht nötig. Der Vorteil der freien Aufgabenwahl liegt darin, dass die Kinder je nach ihren Voraussetzungen unterschiedlich viele und unterschiedlich schwere Aufgaben wählen können. Es handelt sich dabei nicht um eine Differenzierung von der Lehrerin, sondern vom Kind aus. Diese auf die unterschiedlichen Voraussetzungen der Kinder zugeschnittene Form der Differenzierung – wir sprechen von *natürlicher Differenzierung* - spielt im Konzept von „mathe 2000“ eine tragende Rolle.

3. Schuljahr: Malkreuz

Zu Beginn des 3. Schuljahrs (ZB 3, S. 4) wird das Malkreuz aus der Unterteilung des Hunderterfeldes in Teilfelder entwickelt (Abb. 7).

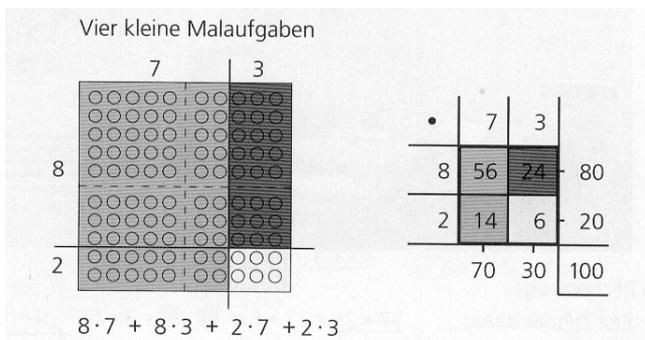


Abb. 7

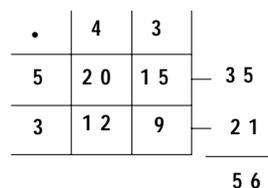


Abb. 8

Die Kinder können sich solche Aufgaben angeregt durch eine Seite im „Zahlenbuch 3“ selbst stellen. Wenn sie gelernt haben, Malkreuze ins Heft zu zeichnen, können sie die Rechnungen im Heft notieren. Natürlich kann man ihnen auch Blätter mit leeren Malkreuzen zur Verfügung stellen (LB 3 Kopiervorlage 14). Eine Kontrolle der Ergebnisse ergibt sich daraus, dass die Teilergebnisse in jeder Zeile und Spalte ganze Zehner sein müssen.

Auch andere Malaufgaben als 10 · 10 lassen sich in kleinere Malaufgaben zerlegen. Die Teilergebnisse sind immer Zahlen der betreffenden Einmaleinsreihe. Das gesamte Einmaleins lässt sich auf diese Weise intensiv üben. In Abb. 8 ist die Aufgabe 7 · 8 in die Teilaufgaben 5 · 4, 5 · 3, 3 · 4 und 3 · 3 zerlegt. Die Teilergebnisse 35 und 21 sind Zahlen der Siebenerreihe.

3. Schuljahr: Übungen mit Ziffernkärtchen

In den Bänden 3 und 4 des Zahlenbuchs werden Ziffernkärtchen ausgiebig verwendet. Sie erlauben es den Kindern in besonderer Weise, vielfältige Aufgabenstellungen zu generieren, ohne dass auf Arbeitsblätter zurückgegriffen werden muss.

Als Beispiel sei eine Aufgabe aus „Zahlenbuch 3“ (S. 64, Nr. 4) genannt, die im 4. Schuljahr als Zahlenexpedition im 4. Schuljahr wiederkehrt (LB 4, S. 30): Aus den neun Ziffernkärtchen 1 – 9 werden drei dreistellige Zahlen gebildet und addiert. Die Ergebnisse werden im Heft notiert.

Wieder ergibt sich eine Selbstkontrolle aus der Sache heraus: Als Ergebnisse sind nur Zahlen zwischen 774 (Minimum) und 2556 (Maximum) möglich, deren Quersumme ein Vielfaches von 9 ist. Dies liegt an der Quersummenregel. Die Quersumme der Summanden ist nämlich immer 45 (= Summe der Zahlen von 1 bis 9) und 45 ist ein Vielfaches von 9. Daher muss auch die Quersumme jedes Ergebnisses ein Vielfaches von 9 sein. Rechenfehler lassen sich hiermit gut aufdecken. In der Rechnung von Abb. 9 liegt wegen $1+9+4+3 = 17$ ein Fehler vor (fehlender Übertrag!). Die richtige Lösung ist 1953.

Wie im Zahlenbuch 3, S. 64 angeregt, kann man weiterführend die Kinder auffordern, Aufgaben zu bestimmten Ergebnissen (774, ..., 900, 999, ...) zusammen zu tragen. Es ist bemerkenswert, wie eine einzige (!) Aufgabe im „Zahlenbuch“ Anlass zu einer Fülle von Rechnungen gibt. Das Geheimnis besteht einfach darin, das eingebaute Muster auf analoge Aufgaben zu übertragen.

2.3 Übungsformate

Unter der Devise „Weniger ist mehr“ findet im „mathe 2000“-Konzept nicht nur eine Beschränkung auf grundlegende Arbeitsmittel, sondern auch auf wenige Übungsformate statt: Die Formate Zahlenmauern, Rechendreiecke, Schöne Päckchen, Schöne Päckchen?, Zauberquadrate, Rechenkettchen ziehen sich durch alle vier Schuljahre.

Übungsformate sind „mathematische Formulare“, die sich in unterschiedlichster Weise mit Zahlen füllen lassen. Dabei entsteht eine große Vielfalt von Aufgabenstellungen. Aus der Vielfalt der Möglichkeiten wählen wir zwei Beispiele aus: Zahlenmauern und „Schöne Päckchen“.

1. Schuljahr: Zahlenmauern

Im „Zahlenbuch 1“ (S. 53) findet sich z.B. folgende Aufgabenstellung für Zahlenmauern: Die drei aufeinanderfolgenden Zahlen 3, 4 und 5 lassen sich auf sechs verschiedene Weisen in die Grundsteine einer dreistöckigen Zahlenmauer eintragen (Abb. 10).

859
471
+623

1943

Abb. 9

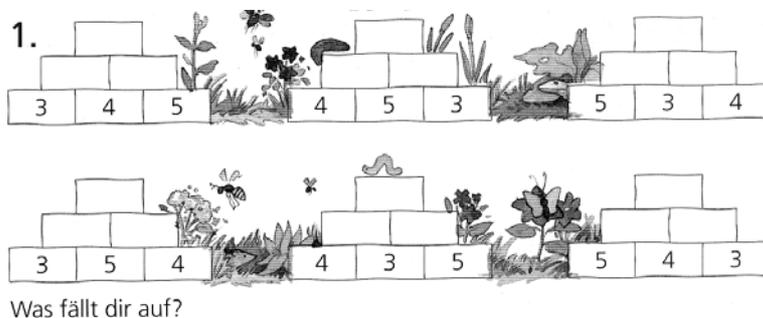


Abb. 10 Zahlenmauern mit den Grundsteinen 3, 4 und 5

Bei der Berechnung ergeben sich als Decksteine drei verschiedene aufeinanderfolgende Zahlen (Kontrolle aus der Sache heraus). Jedes Ergebnis kommt doppelt vor. Weitere Beispiele finden sich im Übungsheft.

Als Fortsetzung können die Kinder nun selbst drei Wendekärtchen bzw. Zahlen wählen und damit möglichst viele der sechs möglichen Mauern bilden und berechnen. Sie können die Mauern entweder selbst in ihr Heft zeichnen oder erhalten eine Kopiervorlage mit leeren Zahlenmauern.

Statt aufeinanderfolgender Zahlen können sie dann auch drei Zahlen mit der Differenz 2 wählen, z.B. 1, 3, 5 oder 2, 4, 6, und mit diesen dieselben Rechnungen durchführen. Auch dabei ergeben sich interessante Beziehungen. Die möglichen Ergebnisse im Deckstein weisen ebenfalls die Differenz 2 auf, was wiederum zur Kontrolle dient. Aus weniger als einer Drittelseite im „Zahlenbuch“ lässt sich also eine große Vielfalt weiterer Aufgaben erzeugen.

2. Schuljahr: Schöne Päckchen an der Einmaleins-Tafel.

Die Einmaleins-Tafel, die auf die Rückseite von „Zahlenbuch 2“ aufgedruckt ist, stellt einen nahezu unerschöpflichen Pool für „schöne Päckchen“ dar. Arbeitsblätter sind nicht erforderlich, denn die Päckchen lassen sich leicht ins Heft schreiben und rechnen. Besonders markante Ergebnisse ergeben sich, wenn *benachbarte* Spalten oder Zeilen verglichen werden (Abb. 11)

$1 \cdot 4 = 4$	$2 \cdot 3 = 6$	$5 \cdot 1 = 5$	$4 \cdot 2 = 8$	$8 \cdot 1 = 8$	$9 \cdot 2 = 18$
$2 \cdot 5 = 10$	$3 \cdot 4 = 12$	$6 \cdot 2 = 12$	$5 \cdot 3 = 15$	$7 \cdot 2 = 14$	$8 \cdot 3 = 24$
$3 \cdot 6 = 18$	$4 \cdot 5 = 20$	$7 \cdot 3 = 21$	$6 \cdot 4 = 24$	$6 \cdot 3 = 18$	$7 \cdot 4 = 28$
$4 \cdot 7 = 28$	$5 \cdot 6 = 30$	$8 \cdot 4 = 32$	$7 \cdot 5 = 35$	$5 \cdot 4 = 20$	$6 \cdot 5 = 30$
$5 \cdot 8 = 40$	$6 \cdot 7 = 42$	$9 \cdot 5 = 45$	$8 \cdot 6 = 48$	$4 \cdot 5 = 20$...
...	...			$3 \cdot 6 = 18$...
				...	

Abb. 11 Paare benachbarter Zeilen und Spalten

Bei den ersten beiden Päckchen ist der Unterschied zwischen den Aufgaben im ersten und zweiten Päckchen immer 2, bei den beiden mittleren Päckchen immer 3 und bei den beiden letzten Päckchen immer 10. Damit ist eine gute Kontrolle gegeben.

Da man beliebige Zeilen- und Spaltenpaare vergleichen kann, gibt es für diese Übung praktisch keine Grenzen: Die Kinder können mit den Zeilen und Spalten frei schalten und walten. Dabei üben sie intensiv das Einmaleins.

2.4 Expeditionen ins Zahlenreich

Die Lehrerbände des „Zahlenbuchs“ enthalten einen Kurs für Aktivitäten, die in besonderer Weise eine natürliche Differenzierung ermöglichen: Zahlexpeditionen. Diese mathematisch sehr substanziellen Angebote bieten den Kindern große Freiräume zur eigenen Gestaltung, dienen aber auch der intensiven Übung von Grundfertigkeiten. Für jedes Schuljahr gibt es 6 Expeditionen. Wir betrachten zwei Beispiele.

2. Schuljahr: Passende Pärchen

Bei dieser Expedition (LB 2, S. 39-40), bei der die Addition im Hunderter geübt wird, bestehen besonders viele Gestaltungsmöglichkeiten.

Zuerst wählt jedes Kind zwei beliebige Einmaleinsreihen und kreist die Zahlen in der Hundertertafel ein, z.B.

Dreierreihe: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30

Achterreihe: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80.

Dann muss das Kind versuchen, möglichst viele Zahlen zu finden, die keine Dreier- und keine Achterzahl, aber Summe einer Dreierzahl und einer Achterzahl sind.

Beispiel: $58 = 40 + 18$, $73 = 64 + 9$, $28 = 16 + 12$

Zahlen, die gefunden wurden, werden auf der Hundertertafel durchgestrichen. Auf der „breiten“ Hundertertafel (Kopiervorlage 33 im LB 2) ist sogar Platz zum Eintragen der Summe.

Um mehr Zahlen zu erreichen darf die Dreierreihe über 30 und die Achterreihe über 80 hinaus verlängert werden.

Am Anfang findet man schnell Zahlen, da man ja nur eine Dreier- und eine Achterzahl addieren muss. Um die verbleibenden Lücken zu schließen, muss geschätzt und probiert werden.

Um etwa die Summe 57 zu finden, müssen beide Reihen durchmustert werden, bis man z.B. auf $48 + 9 = 57$ stößt. 57 ist aber auch als $33 + 24$ erhältlich.

Da 3 und 8 teilerfremde Zahlen sind, kann man von einer bestimmten Stelle (hier 14) an *alle* Zahlen, die keine Dreier- und keine Achterzahl sind, als Summen erhalten.

Wenn die Kinder die Vierer- und die Sechserreihe wählen, können sie von einer bestimmten Stelle an alle Vielfachen des größten gemeinsamen Teilers von 4 und 6, d.h. 2, erhalten.

Bei Wahl der Dreier- und Sechserreihe kann man als Summen nur Zahlen der Dreierreihe bekommen, denn alle Sechserzahlen sind auch Dreierzahlen.

Ähnliche Phänomene treten auch bei anderen Reihen auf.

4. Schuljahr: Neunerreste

Diese Expedition eignet sich im 4. Schuljahr zur Übung der halbschriftlichen und schriftlichen Division (LB 4, S. 32). Die Regel ist wieder sehr einfach: Jedes Kind wählt eine bestimmte Zahl von Plättchen und sucht auf der Stellentafel H|Z|E möglichst viele Zahlen, die sich mit diesen Plättchen an der Stellentafel legen lassen. Jede dieser Zahlen wird dann durch 9 dividiert (Abb. 13).

$$13 : 9 = 1 \text{ R } 4 \quad 40 : 9 = 4 \text{ R } 4 \quad 112 : 9 = 12 \text{ R } 4 \quad 121 : 9 = 13 \text{ R } 4$$

$$220 : 9 = 24 \text{ R } 4 \quad 301 : 9 = 33 \text{ R } 4 \quad 310 : 9 = 34 \text{ R } 4 \quad 400 : 9 = 44 \text{ R } 4$$

Abb. 13

Nach der Quersummenregel haben alle diese Zahlen den gleichen Rest (=Anzahl der gewählten Plättchen). Dadurch ist wieder eine sehr schöne Selbstkontrolle gegeben. Kinder die möchten, können auch die Tausenderstelle hinzunehmen und größere Anzahlen von Plättchen wählen (natürliche Differenzierung).

3. Schlussbemerkung

Die besprochenen Beispiele zeigen die Besonderheit des Übungsangebots im "Zahlenbuch": Viele Aufgaben, die nur wenig Platz beanspruchen, sind eigentlich „Aufgabenformate“, bei denen Kinder und Lehrerinnen nach Belieben analoge Aufgaben bilden können, die zum Denken anregen. Wenn man es daher richtig nutzt, ist das Übungsangebot des „Zahlenbuchs“ so umfangreich, dass es mehr als ausreicht um die Kinder sinnvoll zu beschäftigen – ohne auf zusätzliche Arbeitsblätter zurückgreifen zu müssen.

Lehrerinnen und Lehrer können aus dem Übungsangebot des "Zahlenbuchs" eine geeignete Auswahl treffen, die genau auf die Bedürfnisse ihrer Klasse und der einzelnen Kinder abgestimmt ist. Die individuelle Nutzung sollte so weit wie möglich den Kindern selbst überlassen bleiben. Ein gleichförmiges Abarbeiten des Buches entspricht nicht dem Konzept des „Zahlenbuchs“. Wenn bestimmte Übungen zu einem Thema (z.B. Einspluseins) ausgebaut werden, dürfen andere ohne weiters kürzer behandelt oder weggelassen werden.

Der einzige Bereich, in dem das Übungsangebot *voll verbindlich* ist, ist das Blitzrechnen. Dieser Bereich erfordert fortgesetzte und systematische Arbeit. Am besten eignen sich dafür, wie unter 2.1 ausgeführt, mündliche Übungen. Sie müssen im Unterricht besonders beachtet werden.